Об одном методе маскировки программ

А. В. Чернов

Аннотация. В данной работе рассматривается новый метод маскировки программ. Приводится теоретическое обоснование метода. Демонстрируются преимущества метода по сравнению с уже известными.

1. Введение

В настоящее время вопросы защиты информации приобрели первостепенную важность. Компьютерные программы могут также рассматриваться как информация, которая нуждается в защите. Защита программного обеспечения включает в себя, с одной стороны, защиту от копирования и (или) нелицензионного использования и, с другой стороны, защиту от обратной инженерии и несанкционированной модификации. В данной работе рассматривается второй аспект защиты программ.

В качестве одного из методов защиты от обратной инженерии применяется *маскировка программ*. Говоря неформально, маскировка программы – это такое преобразование её текста, которое полностью сохраняет её функциональность, но делает понимание, обратную инженерию и модификацию текста программы задачей неприемлемо высокой стоимости.

Задача маскировки программ может рассматриваться с нескольких позиций. С криптографической и теоретико-сложностной точки зрения задача маскировки требует выработки приемлемого формального определения. Это направление, кроме того, включает в себя разработку методов маскировки с формально доказанным уровнем безопасности.

Мы подходим к задаче с точки зрения системного программирования. При таком подходе объектами маскировки являются тексты реальных программ, состоящих из сотен функций по несколько сотен строк каждая. Замаскированные программы должны укладываться в ограничения вычислительной системы, что не может не отразиться на используемых методах маскировки. Кроме того, большой размер исходных программ означает, что применение ручного анализа программы при ее демаскировке затруднено из-за временных и стоимостных ограничений. Для демаскировки таких программ применяются инструментальные средства анализа программ и обратной инженерии, поддерживающие полный спектр существующих статических, полустатических и динамических методов анализа.

В данной работе рассматривается задача маскировки Си-программ: маскировщик берёт на входе Си-программу, и на выходе выдаёт замаскированную Си-программу. Потребуем, чтобы программы в своей работе не использовали исключения. Основываясь на результатах анализа опубликованных методов маскировки программ [8], нами был разработан новый метод маскировки, который в наибольшей степени устойчив как к статическим, так и к полустатическим методам анализа. Этот метод излагается в настоящей работе. Разработать универсальный маскировщик, который был бы применим ко всем программам и был бы устойчивым ко всем возможным методам анализа программ, невозможно [9]. В данной работе рассматривается метод маскировки программ, который, насколько это нам удалось, удовлетворяет приведённым выше требованиям. Далее в тексте этой главы предлагаемый метод маскировки программ будет называться ММ.

ММ использует некоторые маскирующие преобразования, рассмотренные в работе [8]. Тем не менее, он выполняет их в такой комбинации с новыми преобразованиями, что применение методов анализа, описанных в [8], не дает результата. Кроме того, ММ разработан так, чтобы противостоять полустатическим методам анализа программ.

2. Общее описание метода маскировки

Метод ММ применяется к функциям маскируемой программы по отдельности, при этом структура маскируемой программы в целом не изменяется. Для изменения структуры маскируемой программы могут применяться стандартные методы открытой вставки и выноса функции, рассмотренные в [8], которые, однако, не являются частью предлагаемого метода маскировки.

При маскировке каждой функции ММ использует, наряду с локальными несущественными переменными, глобальные несущественные переменные, которые формируют *глобальный несущественный контекст*. В маскируемую программу вносятся несущественные зависимости по данным между существенным и несущественным контекстом функции. Наличие глобального несущественного контекста, совместно используемого всеми замаскированными функциями, приводит к появлению в замаскированной программе зависимостей по данным между всеми функциями и глобальными переменными.

Метод ММ состоит главным образом из преобразований графа потока управления. В результате граф потока управления замаскированной программы значительно отличается от графа потока управления исходной программы. Метод не затрагивает структур данных исходной программы, но вносит в замаскированную программу большое количество несущественных зависимостей по данным. В результате, замаскированная программа значительно сложнее исходной как по управлению, так и по данным.

Мы предполагаем, что перед маскировкой были выполнены все стандартные шаги анализа программы: лексический, синтаксический, семантический, анализ потока управления (построение графа потока управления и деревьев доминирования и постдоминирования) и консервативный глобальный анализ потоков данных (достигающие определения и доступные выражения с учётом возможных алиасов). Дополнительно может быть выполнено профилирование дуг, результаты которого учитываются в преобразованиях клонирования дуг и развёртки циклов.

Общая идея метода может быть охарактеризована следующим образом.

- Во-первых, значительно увеличить сложность графа потока управления, но так, чтобы все дуги графа потока управления, внесённые при маскировке, проходились при выполнении программы. Это позволяет преодолеть основную слабость «непрозрачных» предикатов.
- Во-вторых, увеличить сложность потоков данных маскируемой функции, «наложив» на неё программу, которая заведомо не влияет на окружение маскируемой функции и, как следствие, не изменяет работы программы. «Холостая» функция строится как из фрагментов маскируемой функции, семантические свойства которых заведомо известны, так и из фрагментов, взятых из библиотеки маскирующего транслятора. Чтобы затруднить задачу выявления холостой части замаскированной функции используются языковые конструкции, трудно поддающиеся анализу (указатели) и математические тождества.

Маскировку можно разбить на несколько этапов:

1. Увеличение размера графа потока управления функции. На этом этапе выполняются различные преобразования, которые изменяют структуру циклов в теле функции, а также клонирование базовых блоков.
2. Разрушение структуры графа потока управления функции. На этом этапе в граф потока управления вносится значительное количество новых дуг. При этом существовавшие базовые блоки могут оказаться разбитыми на несколько меньших базовых блоков. В графе потока управления могут появиться новые пока пустые базовые блоки. Цель этого этапа – подготовить место, на которое в дальнейшем будет внесён несущественный код.
3. Генерация несущественного кода. На этом этапе пустые базовые блоки графа потока управления заполняется инструкциями, не оказывающими влияния на результат, вырабатываемый программой. Несущественная, «холостая» часть пока никак не соприкасается с основной, функциональной частью программы.
4. «Зацепление» холостой и основной программы. Для этого используются как трудно анализируемые свойства программ

(например, указатели), так и разнообразные математические тождества и неравенства.

2.1. Увеличение размера графа потока управления

Преобразования **перестройки циклов** заключаются в том, что в маскируемой функции выбираются подходящие гнёзда циклов и одиночные циклы и над ними выполняются преобразования пространства индексов. К таким преобразованиям относятся:

- Понижение размерности пространства итерирования.
- Повышение размерности пространства итерирования.
- Изменение порядка обхода пространства итерации.
- Аффинные преобразования пространства итерации.
- Частичная или полная развёртка цикла.

На этапе перестройки циклов просматриваются все циклы в теле функции. Для каждого цикла проверяются достаточные условия применимости каждого преобразования, определяя таким образом множество доступных преобразований. Затем для каждого цикла программы определяется какое преобразование будет к нему применено, и выполняются преобразования циклов.

На Рис. 1 приведён пример применения преобразования понижения размерности индексного пространства к функции перемножения двух матриц. Преобразование позволило перейти от трёхкратного вложенного цикла к единственному циклу.

```
enum { N = 128 };
typedef double matr_t[N][N];
void mm(matr_t m1, matr_t m2,
 matr_t r)
{
 int i, j, k;
 for (i = 0; i < N; i++)
   for (j = 0; j < N; j++)
     r[i][j] = 0;
 for (i = 0; i < N; i++)
   for (j = 0; j < N; j++)
     for (k = 0; k < N; k++)
       r[i][j] += m1[i][k]*m2[k][j];
}
```

(a) функция до преобразования

```
enum { N = 128 };
typedef double matr_t[N][N];
void mm(matr_t m1, matr_t m2,
 matr_t r)
{
  int i, j, k;
  for (i = 0; i < N * N; i++)
    r[i / N][i % N] = 0;
  for (i = 0; i < N * N * N; i++)
    r[i/(N*N)][i%(N*N)/N] +=

m1[i/(N*N)][i%N]*m2[i%N][i%(N*N)/N
];
}
```

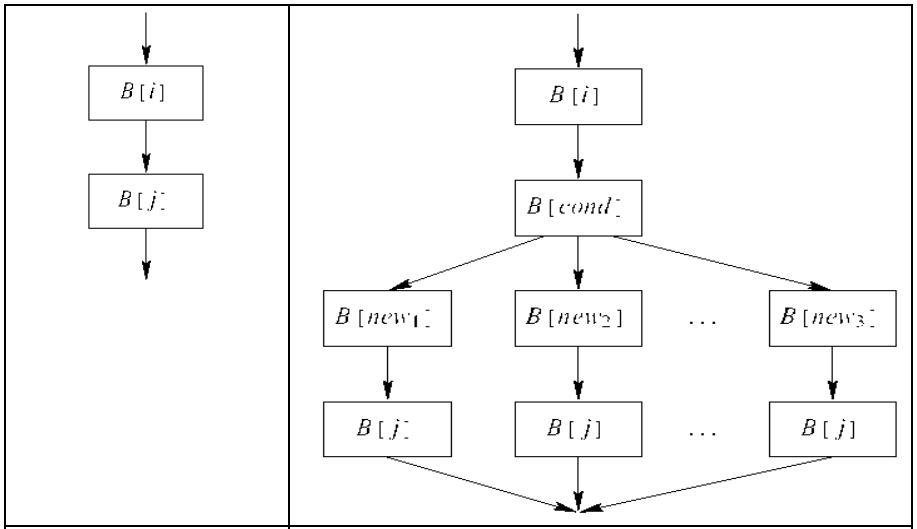
(b) функция после преобразования

Рис. 1. *Пример преобразования понижения размерности.*

Преобразование *клонирования базовых блоков* заключается в замене последовательного выполнения двух базовых блоков (например, *B[i]* и *B[j]*) на оператор разветвления с выполнением копии базового блока *B[j]* на каждой из

ветвей. Для этого базовый блок *B[j]* должен быть скопирован необходимое число раз. На Рис. 2 приведена схема преобразования.

На Рис. 2 базовый блок *B[j]* был размножен дважды. Базовый блок *B[cond]* будет содержать инструкции, необходимые для того, чтобы каждая из трёх копий базового блока *B[j]* выполнялась примерно с одинаковой частотой. Базовые блоки $B[new_1]$, $B[new_2]$, $B[new_3]$ также могут содержать инструкции для поддержки равномерного распределения потока выполнения по трём альтернативам.



(a) Исходный граф. (b) Преобразованный граф

Рис. 2. *Схема преобразования клонирования базовых блоков.*

Уже на этапе клонирования базовых блоков начинается построение параллельной «холостой» функции, которая в дальнейшем будет объединена с основной функцией для получения результирующей замаскированной функции. Изначально холостая программа строится так, что содержит только типы данных, переменные и инструкции, необходимые для корректной работы программы с клонированными базовыми блоками. При создании параллельной функции одновременно строятся все структуры, содержащие результаты анализа потока управления и потоков данных параллельной функции. Используются такие методы построения параллельной функции, при которых её семантические свойства заведомо известны.

Для клонирования выбирается базовый блок *B[j]*, у которого дуга графа потока управления, выходящая из блока удовлетворяет следующим условиям:

- Дуга не выходит из базового блока *ENTRY* и не входит в базовый блок *EXIT*.

- Дуга имеет высокую относительную частоту прохождения.
- Дуга является единственной дугой, выходящей из блока *B[j]*.

Счётчики. Базовые блоки, полученные в результате клонирования, остаются полностью эквивалентными друг другу. Тем не менее, чтобы маскировка была более действенной, необходимо, чтобы все базовые блоки при работе замаскированной программы выполнялись, причём желательно, чтобы с примерно одинаковой частотой. Для этой цели используются так называемые *недетерминированные счётчики* (НС). Недетерминированные счётчики представляют собой абстрактный тип данных, над которым определены следующие операции:

init: *int*, *env -> counter*
get: *counter, env -> int*
next: *counter, env -> counter*

Здесь *env* – это среда выполнения программы, поставляющая источник недетерминизма в счётчик. Операция *init* инициализирует счётчик. Первый параметр операции задаёт границу значений *N*, которые будет вырабатывать счётчик. Операция *get* вырабатывает целое значение в диапазоне от 0 до *N-1*, которое может использоваться для выбора одной из дуг для выполнения функции. Операция *next* модифицирует текущее состояние счётчика таким образом, чтобы при следующем выполнении операции *get* она выдавала бы другой результат. Операция *next* – это для каждого конкретного счётчика на самом деле семейство операций *next1*, *next*2 и т. д., реализации которых в замаскированной программе могут существенно отличаться друг от друга.

Типы данных реализации счётчиков, их переменные состояния и инструкции, соответствующие операциями над счётчиками, являются частью параллельной «холостой» функции. Переменная *c*, которая хранит состояние счётчика, может быть создана как на уровне локальных переменных маскируемой функции, так и вынесена в статические переменные всей единицы компиляции. Последнее позволяет разделять одну и ту же переменную состояния между разными счётчиками разных функций, что полезно ещё и тем, что создаёт в замаскированной программе межпроцедурные зависимости по данным.

В настоящее время в интегрированной среде *Poirot* реализованы некоторые простейшие виды счётчиков, которые описаны ниже.

- Счётчик по модулю. Это – простейший вид счётчика. Состояние счётчика хранится в переменной целого типа, которая размещается на уровне статических переменных единицы компиляции. Операция *init* заключается в записи в переменную счётчика произвольного числа, например, значения какого-либо параметра функции или глобальной переменной. Операция get заключается во взятии остатка от деления на *k* текущего значения переменной счётчика. Операция *next* заключается в прибавлении или вычитании произвольного числа, не кратного *k*, причём семейство операций *next* порождается различным выбором этого числа.

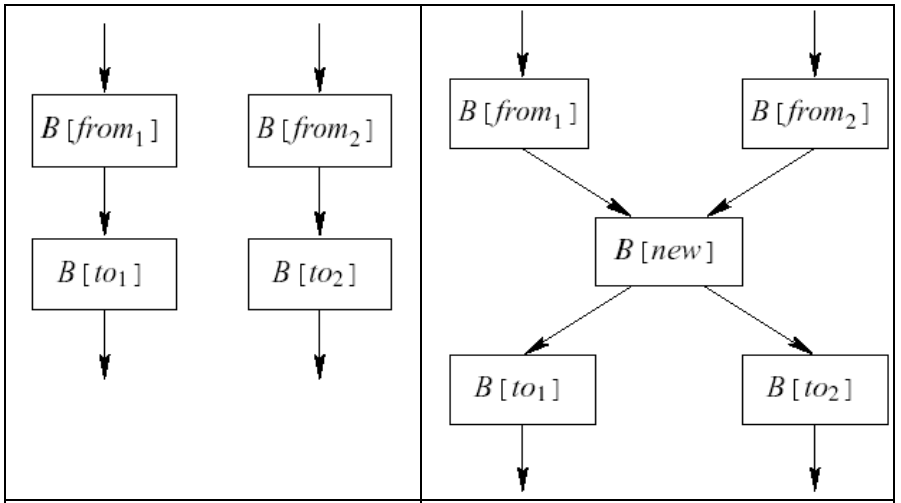
- Линейный конгруэнтный счётчик. Этот вид счётчика реализует хорошо известный линейный конгруэнтный метод получения псевдослучайных чисел [5]. Операции *init* и *get* не изменяются, а операция *next* определяется как $next(cntr) \equiv (C_1 * cntr + C_2) \bmod C_3$, где C_2 и C_3 – взаимно простые числа. Можно также применять полиномиальные конгруэнтные счётчики, а также любой другой алгоритм получения псевдослучайных равномерно распределённых чисел [5].
- Криптографические хэш-функции. Для реализации счётчиков могут использоваться криптографические хэш-функции, например, MD_5 или *SHA* [17], или симметричные криптосистемы. Тогда операция *next* может выглядеть следующим образом $next(cntr) \equiv f(cntr \oplus x)$. Здесь f – хэш-функция, а x – некоторые произвольные данные, например, значение какой-либо локальной переменной или параметра функции. Отметим, что алгоритмы вычисления криптографических хэш-функций имеют специфический вид (они состоят из побитовых операций с использованием таблиц), и поэтому могут быть достаточно легко опознаны при демаскировке.
- Динамические структуры данных. Например, может быть создан кольцевой список, который заполняется числами от *0* до *k-1* в произвольном порядке. Операция *get* состоит в чтении значения текущего элемента списка, а операция *next* – в продвижении указателя на следующий элемент списка.

Дробление базовых блоков. Это преобразование заключается в том, что базовый блок достаточной длины разделяется на два или более меньших базовых блока. Дробление базовых блоков никак не отражается на коде функции и заключается в модификации вспомогательных структур, используемых для представления графа потока управления.

2.2. Разрушение структурности графа потока управления

Эта группа маскирующих преобразований включает *зацепление дуг* и *создание псевдоциклов*.

Зацепление дуг. Схема преобразования показана на рис. 3. Для преобразования выбираются две случайных дуги графа потока управления функции. При этом предпочтение отдаётся «далёким» друг от друга дугам, где расстояние измеряется как минимальное из длин двух кратчайших путей по графу от конца одной дуги к началу другой. Две выбранные дуги не должны иметь общее начало или общий конец. Ключевым для обеспечения надёжности зацепления дуг является предикат *P*, который в конце выполнения нового базового блока *B[new]* гарантирует возврат на «правильный» путь выполнения. Такой предикат мы назовём *возвращающим*.



(a) Исходный граф (b) Преобразованный граф

Рис. 3. *Схема преобразования зацепления дуг.*

```
public interface ReturnPredicateFactory
{
    public String getReturnPredicateKindName();
    public String
getReturnPredicateKindDescription();
    public boolean mayGenerateJumps();
    public ReturnPredicateGenerator newInstance
           (ObfuscationEnvironment env);
}
public interface ReturnPredicateGenerator
{
    public ReturnPredicateFactory getFactory();
    public MIFInstr emitType(MIFInstr p);
    public MIFInstr emitGlobalDecl(MIFInstr p);
    public MIFInstr emitLocalDecl(MIFInstr p);
    public MIFInstr emitSetFalse(MIFInstr p);
    public MIFInstr emitSetTrue(MIFInstr p);
    public MIFInstr emitTest(MIFInstr p, MIFElem e,
                             MIFInstr d[]);
    public Set      getDepends();
    public MIFInstr emitInit(MIFInstr p);
    public MIFInstr emitFini(MIFInstr p);
}
```

Рис. 4*. Интерфейсы для возвращающих предикатов.*

До преобразования после выполнения базового блока B[*from*1] всегда выполнялся базовый блок B[*to*1], а после базового блока B[*from*2] всегда выполняется базовый блок B[*to*2]. В результате выполнения этого преобразования создаётся новый базовый блок B[*new*], который выполняется и после B[*from*1], и после B[*from*2]. Новый базовый блок завершается вычислением предиката *P*, в зависимости от которого управление передаётся либо на базовый блок B[*to*1], либо на базовый блок B[*to*2]. Предикат *P* должен гарантировать, что управление вернётся на ту ветвь, с которого оно пришло в блок B[*new*]. Методы генерации предикатов, удовлетворяющих этому требованию, будут рассмотрены ниже.

Интегрированная среда *Poirot* предусматривает гибкий интерфейс для подключения новых возвращающих предикатов. Добавление очередного возвращающего предиката при маскировке программы производится посредством интерфейса `ReturnPredicateFactory`. Интерфейс к методам генерации кода для возвращающих предикатов называется `ReturnPredicateGenerator`. Оба интерфейса приведены на Рис. 4.

Реализованы некоторые простейшие виды возвращающих предикатов. Простейший вид возвращающего предиката – это обычная булевская переменная. Переменная может быть объявлена как на уровне локальных переменных, так и на уровне глобальных переменных.

Возвращающие предикаты могут быть построены на основе хэш-функций. Пусть хэш-функция *f* отображает целочисленный тип в булевский. Введём переменную *v*, которую будем использовать как аргумент *f*. Таким образом, предикат *P* равен *f(v)*. Установка значения *P* в *true* эквивалентна присваиванию переменной *v* любого значения *x*, на котором *f(x) = true*. Такие значения *x* могут браться из массива *Ptrue*, который индексируется произвольным выражением *e*. Тогда установка значения предиката *P* в *true* выполняется присваиванием $v \leftarrow Ptrue[e]$. Установка значения предиката *P* в *false* выполняется аналогично. Для построения возвращающих предикатов могут быть использованы динамические структуры данных, аналогично тому, как они использовались для построения счётчиков.

Размещение возвращающих предикатов обычно обладает существенным недостатком, снижающим степень его устойчивости. Все операции с возвращающим предикатом сконцентрированы в небольшой области графа потока управления. Используется два способа преодоления этого недостатка. Во-первых, инструкции установки значения возвращающего предиката помечаются как кандидаты на продвижение вверх в графе потока управления функции. На заключительном шаге перемешивания инструкций эти инструкции будут перемещены вверх как можно выше. Во-вторых, инструкции инициализации возвращающих предикатов могут быть размещены не в самих базовых блоках $B[from_1]$ или $B[from_2]$, а в базовых блоках, из которых управление может попасть только в нужный блок.

Создание псевдоциклов. Преобразование состоит во внесении в граф потока управления функции обратной дуги. При этом контролируется, чтобы тело полученного цикла выполнялось только один раз. Схема преобразования показана на Рис. 5. Здесь сцепляются дуги $B[i_1]->B[i_2]$ и $B[i_2]->B[i_3]$. Предикат *P*, находящийся в конце базового блока *B[new]*, должен обеспечить однократное выполнение базового блока $B[i_2]$.

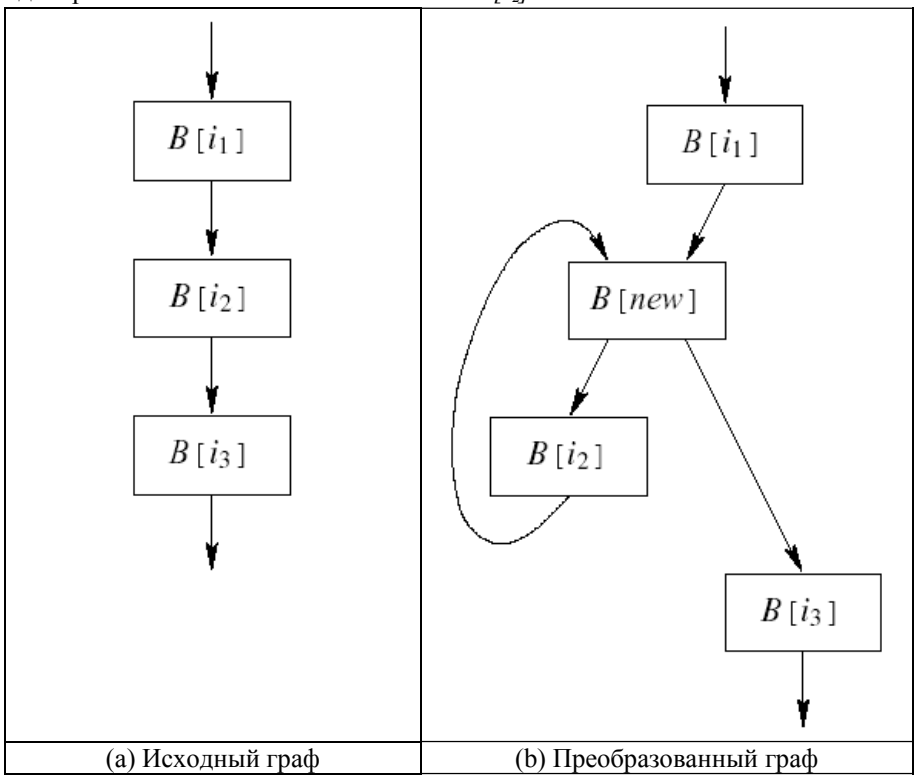


Рис 5. *Схема построения «псевдоцикла».*

Устойчивость преобразования создания псевдоцикла к анализу определяется устойчивостью возвращающего предиката. В отличие от преобразования зацепления дуг, в котором инструкции установки значения возвращающего предиката *P* могут быть размещены достаточно «далеко» от точки зацепления дуг, преобразование создания псевдоцикла более ограничено. Установка значения предиката *P*, чтобы управление покинуло псевдоцикл, не может быть вынесено из блока $B[i_2]$.

2.3. Генерация несущественного кода

В маскируемую функцию добавляется большое количество несущественного кода. Несущественный код строится таким образом, что его свойства точно известны маскирующему компилятору. Например, в случае использования алиасов в несущественном коде при генерации кода одновременно строится и точное множество абстрактных ячеек памяти для каждого обращения по указателю.

Этап генерации несущественного кода состоит из следующих подэтапов:

- Генерация пула типов.
- Генерация пула переменных.
- Генерация несущественного кода.

Генерация пула типов. Подготавливаются определения типов, которые затем будут использоваться в холостом коде. Типы для холостого кода строятся одним из следующих способов:

- Непосредственно используются типы, определённые в маскируемой программе.
- Используются встроенные типы.
- Из встроенных типов и типов, определённых в маскируемой программе, путём встраивания в шаблонные типы маскирующего компилятора. Например, из типа t, определённого в маскируемой программе, могут быть построены типы массива элементов типа t, списки, деревья с элементами типа t.
- Модификацией структурных типов, определённых в маскируемой программе.

Для каждого типа, добавляемого в маскируемую программу, в маскирующем компиляторе строится *класс-реализатор*, на который возлагаются все функции по генерации инструкций для манипуляций с этим типом. Класс-реализатор должен удовлетворять интерфейсу TypeImplementer, который приведён на Рис. 6.

Каждая несущественная переменная, добавленная в маскируемую функцию, в маскирующем компиляторе представлена классом, реализующим интерфейс `VarImplementer`, который показан на Рис. 7.

Генерация пула переменных. Для генерации пула «холостых» переменных используются типы, построенные на предыдущей стадии. Переменные размещаются как на уровне локальных переменных функции, так и на уровне глобальных переменных.

Генерация несущественного кода. Для генерации несущественного кода используются множества операций, которые были получены с помощью методов `getBinaryOps`, `getUnaryOps`, `getAssignOps` интерфейса `TypeImplementer`. Инструкции несущественного кода размещаются в базовых блоках вперемешку с инструкциями исходной функции и управляющими инструкциями.


```
interface TypeImplementer
{
    public boolean  requiresGlobalInit();
    public boolean  isSimple();
    public boolean  isUsable();
    public MIFInstr emitType(MIFInstr p);
    public VarImplementer newVar();
    public Set getBinaryOps();
    public Set getUnaryOps();
    public Set getAssignOps();
}
```

Рис. 6. *Интерфейс для реализатора типов.*

```
interface VarImplementer
{
    public TypeImplementer getType();
    public MIFElem emitGlobalDecl(MIFElem p);
    public MIFElem emitLocalDecl(MIFElem p);
    public MIFElem emitInit(MIFElem p);
    public MIFElem emitFini(MIFElem p);
}
```

Рис. 7. *Интерфейс для реализатора переменных.*

«Перемешивание» управляющих инструкций. *Управляющими* инструкциями назовём инструкции функции, выполняющиеся при вычислении возвращающих предикатов и счётчиков, то есть инструкции, необходимые для того, чтобы расширенный граф потока управления замаскированной программы всегда выполнялся как граф потока управления исходной функции. На этом шаге все управляющие инструкции передвигаются на как можно большее расстояние от точки в программе, в которую они были изначально помещены. Границы, в пределах которых можно двигать инструкции, определяются зависимостями по данным управляющих инструкций друг от друга и зависимостями по управлению.

2.4. «Перемешивание» программ

На предыдущих этапах граф потока управления функции был значительно увеличен в размерах, затем в него было добавлено большое количество несущественного кода. И предикаты, добавленные в расширенный граф потока управления для моделирования исходного графа потока управления, и несущественный код используют множество переменных, не пересекающихся с основными переменными маскируемой функции. В результате функция может быть расслоена на существенную и несущественную часть, хотя это может быть и затруднено необходимостью проведения анализа указателей.

Чтобы затруднить отделение несущественной части замаскированной функции в неё добавляется большое количество искусственных зависимостей по данным между существенной и несущественной частью. Для этого в настоящее время используются булевские, теоретико-числовые и комбинаторные тождества, а также массивы и динамические структуры данных.

Булевские тождества. Булевские тождества применяются для усложнения булевских выражений, которые определяют условные переходы. В отличие от других видов тождеств, булевские тождества произвольной сложности легко могут получаться автоматически. Рассмотрим в качестве примера основной метод получения булевских тождеств, реализованный в настоящее время.

Булевские тождества произвольной сложности могут быть получены из булевских тождеств относительно простой структуры при помощи набора эквивалентных преобразований. Пусть мы хотим составить булевское тождество с переменными v_1, v_2,..., v_k, среди которых есть как переменные исходной функции, так и несущественные переменные, внесённые при маскировке. Пусть e – выражение, подвергаемое усложнению. Тогда строится выражение $e \cdot o$, где $o = (v_1 \vee \overline{v}_1) \wedge \cdots \wedge (v_k \vee \overline{v}_k)$. Далее к получившемуся выражению применяются m шагов эквивалентных преобразований, которые можно найти, например, в [3]. В результате получается выражение e', эквивалентное e, которое используется для условного перехода в замаскированной программе.

Такой метод получения булевских тождеств аналогичен методу получения непрозрачных предикатов, рассмотренному в работе [8], но в данном случае использование тождеств не приводит к появлению недостижимой дуги графа потока управления, которая достаточно легко может быть обнаружена. Поэтому использование булевских тождеств в нашем случае обнаруживается значительно сложнее.

Комбинаторные тождества. Все рассматриваемые далее тождества, как комбинаторные, так и теоретико-числовые взяты, в основном, из [3]. Рассмотрим в качестве примера следующее биномиальное тождество

$$2^n - \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 0$$

Тождество может использоваться следующим образом: в качестве n берётся несущественная переменная, принимающая целые значения в небольшом интервале (например, от 0 до 5). Генерируются инструкции, вычисляющие сумму биномиальных коэффициентов и помещающие результат во временную переменную, для определённости @1. Генерируется инструкция сдвига, вычисляющая 2^n и помещающая результат в другую временную переменную, например @2. Далее в исходной функции выбирается аддитивное целое выражение, результат которого сохраняется в некоторой временной переменной, например, @3, и строится новое выражение @1 + @3 - @2. Это

выражение всегда будет равно выражению @3, но содержит зависимость по данным от переменной n.

Некоторые другие тождества, которые могут использоваться аналогичным образом, приведены ниже.

$$0 = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k$$

$$n2^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} k C_n^k$$

$$n(n-1)2^{n-2} = \sum_{k=2}^{n} k(k-1) C_n^k$$

$$n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k 4^{n-k} C_{2n-k+1}^k - 1$$

Теоретико-числовые тождества. В качестве примера рассмотрим известную малую теорему Ферма.

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

для любого целого $a \neq 0 \pmod{p}$ и простого p. При маскировке генерируется случайное простое число p. Далее генерируются инструкции для вычисления $a^{p-1} \bmod p$, причём возведение в степень вычисляется с помощью разложения *p-1* в двоичную систему. Эти инструкции образуют достаточно длинную линейную последовательность, которая может быть распределена по базовым блокам маскируемой функции. Результат вычисления выражения добавляется как множитель в какое-либо мультипликативное выражение исходной программы, либо как множитель к переменной.

Другие теоретико-числовые тождества, которые также могут использоваться для внесения зависимостей по данным, приведены ниже. Обобщением малой теоремы Ферма является теорема Эйлера:

$$x^{\varphi(n)} \equiv x \pmod{n}$$

где n и x произвольные целые числа, $\varphi(n)$ – функция Эйлера, которая равна количеству взаимно простых с n целых чисел, меньших n.

$$(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$$ (теорема Вилсона)

тогда и только тогда, когда n – простое число.

Использование массивов и динамических структур данных. Динамические структуры данных могут использоваться и для создания искусственных зависимостей по данным. Главный расчёт здесь делается на то, что в настоящее время не существует удовлетворительного алгоритма анализа алиасов, возникающих при использовании указателей и индексов массивов.

В качестве простейшего способа можно предложить размещение всех локальных переменных одного типа в массиве. В тексте функции вместо имени

переменной теперь будет использоваться индекс массива. Даже случаев, когда индекс всегда представляет собой литеральную константу, будет достаточно, чтобы поставить в тупик простейшие алгоритмы анализа алиасов, которые рассматривают массив как единое целое.

В момент маскировки программы известно, какие элементы массива заняты существенными, а какие – несущественными переменными. Более того, распределение несущественных переменных по массиву может выбираться произвольным образом. Это может использоваться для построения зависимостей по данным. Пусть f – функция, ставящая в соответствие произвольному целому значению некоторый индекс в массиве, по которому находится несущественная переменная. Тогда искусственные зависимости по данным строятся с помощью выражений вида $vars[f(e1)] = e2$ или $vars[f(e1)] = vars[f(e2)]$. Здесь *vars* – это массив переменных, $e1$, $e2$ – выражения, которые включают в себя как существенные, так и несущественные переменные.

Один из простых способов использования динамических структур данных для внесения зависимостей по данным заключается в том, что все значения переменных всех типов хранятся в списке, размещаемом в динамической памяти. Для доступа к переменным вместо их имени используется разыменование специальных указателей. Кроме того, указатели на несущественные переменные время от времени меняют своё положение в списке. В результате окажется, что все обращения к бывшим локальным переменным функции обращаются к объектам в области динамической памяти. Для разделения существенных и несущественных переменных потребуется анализ алиасов в динамической памяти, способный работать с динамическими структурами данных произвольной глубины. В настоящее время не существует такого метода статического анализа алиасов.

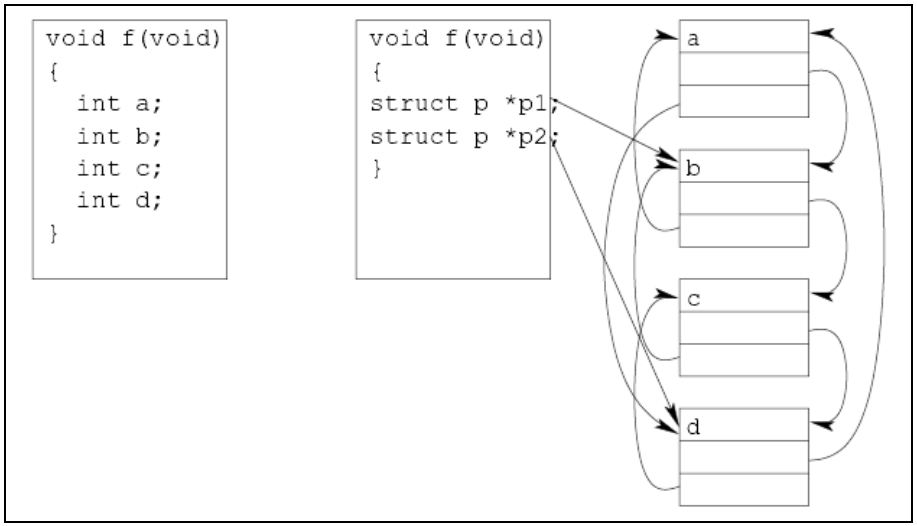


Рис. 8. *Использование списков для внесения зависимостей по данным.*

Этот подход проиллюстрирован на Рис. 8, на котором функция содержит четыре переменных – *a*, *b*, *c* и *d*. Пусть, для определённости, переменные *a* и *b* – существенные, а *c* и *d* – несущественные. В замаскированной функции вместо этих локальных переменных вводятся переменные *p1* и *p2*, указывающие на звенья списка, размещённого в динамической памяти. Переменная a доступна как *p1->prev* или как *p2->next*, а переменная *c* – как *p1->next* или как *p2->prev*.

3. Реализация метода маскировки

В данном разделе мы рассмотрим более детально круг вопросов, связанных с реализацией предложенного метода маскировки ММ. В качестве среды реализации используется интегрированная среда **Poirot**.

Напомним основные обозначения, введённые ранее. Инструкции, составляющие тело функции, находятся в массиве *instr*, индексируемом от 0 и до *Ninstr*-1, где *Ninstr* – общее количество инструкций в теле функции. Первая инструкция в этом массиве – инструкция *FUNC* – пролог функции в представлении *MIF*, последняя инструкция – инструкция *END* – эпилог функции. Пусть *B* – массив базовых блоков этой функции, пусть для каждого базового блока *i* *succ[i]* – множество следующих за ним базовых блоков, а *pred[i]* – множество предшествующих ему базовых блоков, *first[i]* – номер первой инструкции в массиве *instr*, принадлежащей базовому блоку *i*, *last[i]* – номер последней инструкции в массиве *instr*, принадлежащей базовому блоку *i*, *nbinstr[i]* – количество инструкций в базовом блоке *i*. Информация о доминировании представлена для каждого блока *i* номером его непосредственного доминатора *idom[i]* и номером его непосредственного постдоминатора *ipdom[i]*.

Информация о потоке данных программы представлена в виде *ud*- и *du*-множеств. Для аргумента *j* инструкции с номером *i* в теле функции *ud[i,j]* – это множество пар *<номер_инструкции,номер_аргумента>*, в которых может модифицироваться переменная, и которые достигают данной точки функции. С другой стороны *du[i,j]* – это множество пар *<номер_инструкции,номер_аргумента>*, в которых может использоваться переменная, и которые достижимы из данной точки функции.

В *ud*- и *du*-множествах также отражается собранная информация об алиасах. Для сбора информации об алиасах можно использовать понятие *абстрактной области памяти*. Абстрактная область памяти – именованная ячейка, доступ к которой возможен из программы одним или несколькими способами. Множество абстрактных ячеек памяти – вся память, с которой может манипулировать программа, с точки зрения алгоритма анализа алиасов. От детальности множества абстрактных ячеек памяти зависит точность выявленных указателей. С другой стороны, чем детальнее множество абстрактных ячеек памяти, тем больше ресурсов требуется для выполнения анализа алиасов. Простейшее по структуре множество абстрактных ячеек памяти включает в себя имена всех локальных и глобальных переменных, а

также специальный символ *anon*, обозначающий динамическую память. Здесь не делается попытки детализации структурных и массивовых типов, различения различных рекурсивных вызовов одной и той же функции, а также детализации структуры данных в динамической области.

Для каждой переменной указательного типа поддерживается множество абстрактных ячеек памяти, на которые может указывать данная переменная. Если переменная имеет кратный указательный тип, глубина разыменования указателя может быть ограничена. Обработка множества АЯП для объектов структурных и массивовых типов зависит от детальности множества АЯП. В простейшем случае, когда поля структур и элементы массивов не различаются, объект структурного или массивового типа считается указателем, если он содержит хотя бы одно поле указательного типа. Множество АЯП, на которые может указывать такой объект получается объединением всех множеств АЯП, на которые могут указывать поля структуры или элементы массива.

Информация об алиасах вычисляется с помощью стандартных алгоритмов анализа алиасов, например, описанных в [16]. После того, как для каждого указателя и для каждой точки программы вычислено множество абстрактных ячеек памяти, на которые он может указывать, эта информация переносится в *ud*- и *du*-множества. Например, если некоторая переменная *v* присутствует в множестве абстрактных ячеек памяти указателя *p*, то чтение по указателю *p* включается в *du*-цепочку переменной *v*, если последняя инструкция достижима из точки присваивания. В результате анализа алиасов может оказаться, что точности алгоритма недостаточно, и что множество абстрактных ячеек памяти, адресуемых некоторым указателем в некоторой точке программы, состоит из всех абстрактных ячеек памяти.

Другую сложность представляют вызовы функций. Для выявления влияния функции на своё окружение требуется межпроцедурный анализ, являющийся весьма трудоёмким. Поэтому желательно ограничиться минимальным консервативным анализом, который исходит из следующих предположений:

- Любая функция читает и изменяет все глобальные переменные.
- Любая функция пытается разыменовывать любой указатель, переданный ей в качестве параметра.
- После выполнения любой функции все глобальные указатели могут указывать на любые глобальные объекты, любые локальные объекты, упомянутые среди абстрактных ячеек памяти указателей-параметров, и на область динамической памяти.
- Любая функция модифицирует все абстрактные ячейки памяти, на которые могут указывать указатели, переданные функции в качестве параметра.
- Если среди таких абстрактных ячеек памяти есть локальные переменные указательного типа, то после выполнения функции они могут указывать на любой глобальный объект, любой локальный объект, упомянутый среди абстрактных ячеек памяти указателей-параметров функции, и на область динамической памяти.
- Если функция возвращает значение указательного типа, это значение может указывать на любой глобальный объект, любой локальный объект, упомянутый среди абстрактных ячеек памяти указателей-параметров функции, и на область динамической памяти.

Современные языки содержат средства, позволяющие при объявлении функции уточнить степень влияния этой функции на окружение программы. К таким средствам относятся, например, квалификаторы типа `const` и `restrict` языка Си.

Указанные выше правила определения побочного эффекта функции отражаются на вычислении du- и ud-множеств в случае вызова функции. Дальнейшие шаги метода ММ работают с du- и ud-цепочками и не анализируют множества абстрактных ячеек памяти.

Метод ММ может использовать информацию о частотах выполнения дуг графа потока управления функции, полученную в результате профилирования. Каждой дуге графа потока управления ставится в соответствие число прохождений по ней. Поскольку каждая дуга графа потока управления однозначно идентифицируется парой номеров базовых блоков откуда она выходит и куда входит, предположим, что все частоты прохождения дуг хранятся в двумерном массиве *efreq*. Число *efreq[i,j]* равно количеству прохождений дуги *B[i]->B[j]*. Если такой дуги в графе потока управления не существует, положим число прохождений равным нулю. Пусть также $bfreqin[i] = \sum_{j \in pred[i]} efreq[j,i]$, то есть равно общему количеству входов в базовый блок *i*, а $bfreqout[i] = \sum_{j \in succ[i]} efreq[i,j]$, то есть равно общему количеству выходов из базового блока *i*. Мы будем предполагать, что для всех базовых блоков, кроме *ENTRY* и *EXIT* выполняется $bfreqin[i] = bfreqout[i] = bfreq[i]$, то есть, функция никогда не завершается в обход блока *EXIT* и никогда не получает управление в обход блока *ENTRY*.

4. Теоретическое обоснование устойчивости метода

Настоящий раздел посвящён анализу устойчивости предложенного метода маскировки.

Предварительно дадим некоторые вспомогательные определения и теоремы. Пусть $\Sigma = \{0,1\}$. Пусть $poly(n)$ – произвольный многочлен от переменной *n*.

Определение 1. Пусть $f : \Sigma^m \to \Sigma^n$, пусть $m = poly(n)$. f называется односторонней функцией, если для любого полиномиального вероятностного алгоритма A и для любого $x \in \Sigma^m$ выполняется соотношение

$$P\{A(f(x)) = x\} < \frac{1}{poly(m)}$$

Определение 2. Взаимно-однозначная односторонняя функция $f : \Sigma^n \to \Sigma^n$ называется односторонней перестановкой.

Определение 3. ρ-приближённым алгоритмом решения оптимизационной задачи называется алгоритм, находящий решение не более чем в ρ раз хуже оптимального решения.

Например, рассмотрим задачу *S* минимизации некоторого функционала *f*. Пусть *A* – ρ-приближённый алгоритм нахождения решения задачи S. Пусть для некоторой реализации задачи оптимальное значение функционала равно *X*. Тогда алгоритм *A* найдёт решение задачи, при котором значение *f* равно *Y*, причём будет справедливо неравенство

$$X \le Y \le \rho \cdot X$$

Определение 4. Пусть $f : \Sigma^m \to \Sigma^n$. Пусть $x = (x_1, \ldots, x_m)$, $y = (y_1, \ldots, y_n)$, $y = f(x)$. Переменная x_k называется существенной, если существуют $x_1, \ldots, x_{k-1}, x_{k+1}, \ldots, x_m \in \Sigma$ и $j \in \{1, \ldots, n\}$ такие, что выполняется условие $f_j(x_1, \ldots, x_{k-1}, 0, x_{k+1}, \ldots, x_m) \neq f_j(x_1, \ldots, x_{k-1}, 1, x_{k+1}, \ldots, x_m)$.

Теорема 1. Пусть $f : \Sigma^m \to \Sigma^n$, f записана как система булевских формул в базисе $\{\wedge, \vee, \neg\}$. Пусть $1 \le k \le m$. Задача проверки существенности переменной x_k (СУЩ) NP-полна.

Доказательство. Введём обозначение $e_1 \neq e_2 \equiv (e_1 \wedge \overline{e_2}) \vee (\overline{e_1} \wedge e_2)$, где e_1, e_2 – булевские формулы. Обозначим $x = (x_1, \ldots, x_m)$, $y = (y_1, \ldots, y_n)$, $x|_{x_i = \sigma} = (x_1, \ldots, x_{i-1}, \sigma, x_{i+1}, \ldots, x_m)$.

1. Покажем, что задача СУЩ находится в классе NP. Для этого построим булевскую формулу $g(x) = \bigcup_{j=1}^{n} (f_j(x|_{x_k=0}) \neq f_j(x|_{x_k=1}))$.

Если переменная существенна, то существует такой вектор $\vec{x}$, для которого $g(x) = 1$. Если переменная несущественна, то на всех наборах $\vec{x}$ выполняется $g(x) = 0$. И наоборот, если $g(x)$ принадлежит языку ВЫП, то переменная x_k существенна, а если $g(x)$ не принадлежит языку ВЫП, то x_k – несущественна. Таким образом, задача проверки существенности сведена к задаче проверки выполнимости булевской формулы. Последняя находится в классе NP. Следовательно, и задача проверки существенности находится в классе NP.

2. Покажем, что к задаче СУЩ полиномиально сводится задача ВЫП, которая является NP-полной. Пусть $g(x)$ – некоторая формула в базисе $\{\wedge, \vee, \neg\}$. Рассмотрим формулу, реализующую функцию $f \equiv 1$. Она, очевидно, принадлежит языку ВЫП, но ни одна переменная в такой формуле не является существенной. В формуле, реализующей функцию $f \equiv 0$, которая не принадлежит языку ВЫП, также нет существенных переменных. Все прочие формулы, принадлежат языку ВЫП, и хотя бы одна переменная в них является существенной. Таким образом, формула не принадлежит ВЫП, если её значение на любом битовом наборе (например, на наборе $\vec{0}$) равно 0, и в ней нет существенных переменных. Таким образом, для проверки выполнимости формулы нужно проверить её значение в одной точке и *m* раз проверить существенность переменных формулы. Таким образом задача ВЫП полиномиально по Тьюрингу сводится к задаче СУЩ, что доказывает NP-полноту последней. ■

Определение 5. Пусть $f : \Sigma^m \to \Sigma^n$, пусть Ψ – множество всех таких функций, и пусть π – оракульная функция $\pi : \Psi \to \{0,1\}$ такая, что для любой функции $f \in \Psi$:

$\pi(f) = 0$, *если* $f \equiv 0$,

$\pi(f) = 1$, *в противном случае.*

Обозначим через φ_f формулу, реализующую функцию f. Пусть Φ – множество формул (потенциально бесконечное) такое, что если ξ_f – случайно и равновероятно выбранная формула из Φ, а f – функция, которую она реализует, то случайная величина $\pi(f)$ принимает значение 1 с вероятностью p, а значение 0 с вероятностью $q = 1 - p$.

Множество формул Φ называется семейством непрозрачных предикатов, если для любого полиномиального вероятностного алгоритма A: $\Phi \to \{0,1\}$ выполняются условия

$$P\{A(\xi_f) = 0 \mid \pi(f) = 0\} < q^2 + \frac{1}{poly(m)}$$

$$P\{A(\xi_f) = 1 \mid \pi(f) = 1\} < p^2 + \frac{1}{poly(m)}$$

Теорема 2. Если непрозрачные предикаты существуют, то $P \neq NP$.

Доказательство. Пусть $P = NP$. Тогда существует полиномиальный алгоритм для решения задачи выполнимости, то есть существует алгоритм *A*, который для любой формулы ξ_f за полиномиальное проверит условие $f \equiv 0$ и выдаст ответ 0, если условие выполняется, и 1 в противном случае. Тогда

$P\{A(\xi_f)=0 \mid \pi(f)=0\}=1$, $P\{A(\xi_f)=1 \mid \pi(f)\}=1$, то есть непрозрачные предикаты не существуют. Полученное противоречие доказывает утверждение. ■

Мы можем расширить понятие непрозрачного предиката, предположив, что область его определения может быть произвольной (например, множество всех целых чисел, представимых определённым количеством битов). Покажем, что непрозрачные предикаты могут быть реализованы и с использованием указателей, и с использованием массивов.

Теорема 3. Если булевские непрозрачные предикаты существуют, то непрозрачные предикаты, построенные на указателях, существуют.

Доказательство. Пусть f – булевский непрозрачный предикат. Пусть $f:\Sigma^m \to \Sigma$, f записана в базисе $\{\wedge,\vee,\neg\}$. Построим следующее определение структурного типа на Си.

```
struct s
{
  struct s *neg;
  struct s *min[2];
  struct s *max[2];
};
```

Создадим в начале работы программы в динамической памяти ссылочную структуру, показанную на Рис. 9.

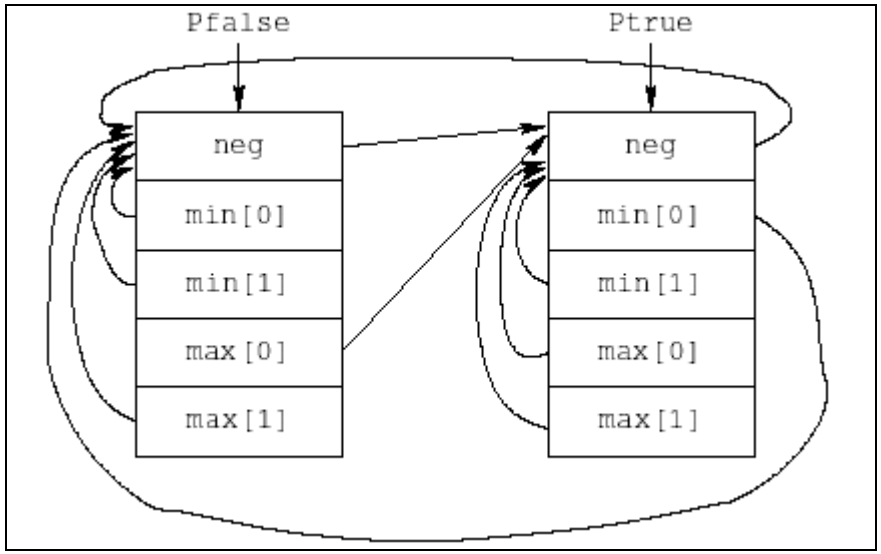


Рис. 9. *Схема построения непрозрачного предиката из указателей.*

Здесь элемент, на который указывает P_{false}, соответствует логическому значению «ложь», а элемент, на который указывает P_{true}, соответствует логическому значению «истина».

Рассмотрим каждую булевскую операцию и поставим ей в соответствие операцию над указателями в созданной структуре данных.

1. x_i, где x_i – булевская переменная. Ей соответствует переменная p_i указательного типа `struct s*`, которая равна либо P_{true}, либо P_{false}.
2. $\neg u$, где u – булевское выражение. Ему соответствует выражение указательного типа e->neg, где e – выражение, соответствующее u.
3. $u \vee v$, где u, v – булевские выражения. Такому выражению соответствует выражение указательного типа e->max[e == f], где e соответствует u, а f – v.
4. $u \wedge v$, где u, v – булевские выражения. Такому выражению соответствует выражение указательного типа e->min[e == f], где e соответствует u, а f – v.

Таким образом, каждому булевскому выражению u мы сопоставили выражение указательного типа e. Поскольку задача определения $u \equiv true$ NP-полна, то и задача определения $e == P_{true}$ также NP-полна. Непрозрачному предикату f соответствует выражение указательного типа f, также являющееся непрозрачным предикатом. ■

Теорема 4. Если булевские непрозрачные предикаты существуют, то и непрозрачные предикаты, построенные над массивами, существуют.

Доказательство. Пусть e – непрозрачный предикат над указателями, построенный, как показано в предыдущей теореме. Поставим ему в соответствие массив целого типа a из 10 элементов, заполненный следующим образом:

```
int a[10] = { 5, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 5, 5, 5 };
```

Указательному значению P_{false} соответствует целое значение 0, а указательному значению P_{true} – целое значение 5. Тогда выражения непрозрачного предиката, построенного на указателях, заменяются на индексные выражения по следующим правилам:

1. Переменная p_i заменяется на переменную q_i целого типа, которая может принимать значения из множества {0,5}.
2. Выражение *e->neg* заменяется на выражение *a[b]*, где *b* – индексное выражение, соответствующее *e*.
3. Выражение *e->min[f]* заменяется на выражение *a[b + 1 + c]*, где *b* – индексное выражение, соответствующее *e*, а *c* – индексное выражение, соответствующее *f*.
4. Выражение *e->max[f]* заменяется на выражение *\V{a[b + 3 + c]}*, где *b* – индексное выражение, соответствующее *e*, а *c* – индексное выражение, соответствующее *f*. ■

Определение 6. Пусть $f:\Sigma^m \to \Sigma^n$. Пусть $x=(x_1,\dots,x_m)$, $y=(y_1,\dots,y_n)$, $y=f(x)$. Пусть $I \in 2^{\{1,\dots,n\}}$. Множество I – это множество индексов интересующих нас компонент $\vec{y}$. Переменная x_k называется существенной относительно множества I, если существуют такие $x_1,\dots,x_{k-1},x_{k+1},\dots,x_m \in \Sigma\$$ и такая $j \in I$, что выполняется условие $f_j(x_1,\dots,x_{k-1},0,x_{k+1},\dots,x_m) \neq f_j(x_1,\dots,x_{k-1},1,x_{k+1},\dots,x_m)$.

Теорема 5. Пусть даны m, n, $f:\Sigma^m \to \Sigma^n$, $I \notin 2^{\{1,\dots,n\}}$, k. Задача проверки существенности переменной x_k относительно множества I (СУЩМНОЖ) NP-полна.

Доказательство. Доказательство принадлежности задачи к классу NP аналогично доказательству теоремы 1. Для доказательства NP-полноты заметим, что задача СУЩ является частным случаем данной задачи, если мы выберем $I=\{1,\dots,n\}$.

Пусть $V=\{v_1,\dots,v_k\}$ – множество переменных замаскированной программы. Предположим, что базовый блок представляет собой вычисление булевской функции $f:\Sigma^m \to \Sigma^n$. Пусть $V_{in} \subseteq V$, $|V_{in}|=m$ – переменные, значения которых используются при вычислении *f*, а $V_{out} \subseteq V$, $|V_{out}|=n$ – переменные, которые получают новые значения в результате вычисления. Если для некоторой переменной $v \in V_{in}$ и $v \in V_{out}$, при вычислении используется старое значение переменной. Пусть $W_{out} \subseteq V_{out}$ – множество «существенных» переменных на выходе из базового блока (например, это могут быть переменные, значения которых печатаются, или переменные, значения которых интересны нам по другой причине). Определим задачу *анализа зависимостей по данным* (ЗАВ) как задачу нахождения минимального множества переменных $W_{in} \subseteq V_{in}$ такого, что переменные из множества $V_{in}-W_{in}$ несущественны относительно W_{out}.

Данной оптимизационной задаче соответствует задача проверки свойств ЗАВ: дано множество булевских переменных $V=\{v_1,\dots,v_k\}$, булевская функция $f:\Sigma^m \to \Sigma^n$ над переменными из V_{in}, подмножество $W_{out} \subseteq V_{out}$, число p ($0 \le p \le k$). Существует ли множество $W_{in} \subseteq V_{in}$, $|W_{in}| \le p$ такое, что переменные $V_{in}-W_{in}$ несущественны относительно W_{out}.

Теорема 6. Задача ЗАВ NP-полна.

Доказательство. Принадлежность задачи классу NP следует из того, что для каждого i ($1 \le i \le k$) можем найти решение задачи СУЩМНОЖ, то есть

определить принадлежит ли v_i множеству V_{in}. Далее за полиномиальное время проверяется, что $|W_{in}| \le p$.

Для доказательства NP-полноты покажем, как задача СУЩМНОЖ сводится к данной задаче. Пусть *f* – булевская функция $f:\Sigma^m \to \Sigma^n$. Предположим для определённости, что *f* записана в виде КНФ. Для определённости будем считать, что $x_1=v_1,\dots,x_m=v_m$ – переменные, используемые при вычислении функции, а $y_1=v_{m+1},\dots,y_n=v_{\{m+n\}}$ – переменные, получающие своё значение.

Пусть требуется проверить существенность переменной x_k относительно множества *I*.

Введём $m-1$ новую переменную $z_1,\dots,z_{m-1}$ следующим образом: каждое вхождение x_k в формулу для вычисления *f* заменим выражением $x_k \vee z_1 \vee \dots \vee z_{m-1}$, а выражение $\overline{x_k}$ – на выражение $\overline{x_k} \vee \overline{z_1} \vee \dots \vee \overline{z_{m-1}}$. В результате получим функцию $f_1:\Sigma^{2m-1} \to \Sigma^n$, которая также записана в КНФ.

Если переменная x_k существенна для *f*, то переменные $x_k,z_1,\dots,z_{m-1}$ окажутся существенными для f_1. Если переменная x_k несущественная для *f*, то все переменные $x_k,z_1,\dots,z_{m-1}$ несущественны для f_1. С другой стороны, если хотя бы одна переменная из множества $\{x_k,z_1,\dots,z_{m-1}\}$ окажется несущественной в f_1, то и все переменные этого множества будут несущественными.

В таком случае пусть $p=m-1$. Тогда, если задача ЗАВ для функции f_1, множества переменных *I* и значения *p* даёт ответ «да», отсюда следует, что все переменные $x_k,z_1,\dots,z_{m-1}$ несущественны, а если ответ «нет», то все эти переменные существенны.

Таким образом задача СУЩМНОЖ сводится к задаче ЗАВ, что показывает NP-полноту последней. ■

Рассмотрим оптимизационную задачу ЗАВ. Она состоит в нахождении такого $W_{in} \subseteq V_{in}$, что $p=|W_{in}|$ минимально. Из NP-полноты задачи проверки свойств следует NP-трудность оптимизационной задачи.

Теорема 7. Если $P \neq NP$, то для любого $\rho>1$ не существует полиномиального ρ-приближённого алгоритма решения оптимизационной задачи ЗАВ.

Доказательство. Пусть существует такое $\rho>1$, что существует полиномиально-ограниченный алгоритм *A*, который находит множество существенных переменных W_{in}^A такое, что $p_A=|W_{in}^A| \le \rho \cdot p \le n$, где p – оптимальное решение. Очевидно, $0 \le p \le p_A \le \rho \cdot p \le n$.

Рассмотрим следующую реализацию задачи СУЩ. Пусть f – булевская функция $f:\Sigma^m \to \Sigma^n$. Предположим для определённости, что f записана в виде КНФ. Для определённости будем считать, что $x_1 = v_1, \ldots, x_m = v_m$ – переменные, используемые при вычислении функции, а $y_1 = v_{m+1}, \ldots, y_n = v_{\{m+n\}}$ – переменные, получающие своё значение. Пусть тре-буется проверить существенность переменной x_k относительно множества I.

Пусть $[x]$ – минимальное целое число, не меньшее x. Введём $l = m \cdot [\rho]$ новую переменную $z_1, \ldots, z_l$ следующим образом: каждое вхождение x_k в формулу для вычисления f заменим на выражение $x_k \vee z_1 \vee \ldots \vee z_l$, а выражение $\overline{x_k}$ – на выражение $\overline{x_k} \vee \overline{z_1} \vee \ldots \vee \overline{z_l}$. В результате получим функцию $f_1 : \Sigma^{m+l} \to \Sigma^n$, которая также записана в КНФ.

Обозначим через W_{in}^0 оптимальное решение оптимизационной задачи ЗАВ для формулы f, а через W_{in}^1 – оптимальное решение для формулы f_1. Обозначим W_{in}^A решение, найденное алгоритмом A для f_1.

Пусть x_k – существенная переменная. Тогда W_{in}^0 таково, что $1 \le |W_{in}^0| \le m$, W_{in}^1 таково, что $l+1 \le |W_{in}^1| \le l \cdot m$, а W_{in}^A удовлетворяет неравенству $l+1 \le |W_{in}^A| \le l \cdot m$.

Пусть x_k – несущественная переменная. Тогда W_{in}^0 таково, что $0 \le |W_{in}^0| \le m-1$, W_{in}^1 таково, что $0 \le |W_{in}^1| \le m-1$, а W_{in}^A удовлетворяет неравенству $0 \le |W_{in}^A| \le \rho \cdot (m-1)$.

Заметим, что $\rho \cdot (m-1) < l+1 = m \cdot [\rho]+1$. В зависимости от $|W_{in}^A|$, полученного полиномиальным ρ-приближённым алгоритмом A мы можем определить, является ли x_k существенной переменной или нет. Следовательно, $P = NP$. ■

Определение 7. Назовём «мёртвыми» все инструкции, которые относятся к вычислению несущественных переменных.

Из доказанного выше немедленно следует, что задача выявления мёртвого кода в программе, состоящей из одного базового блока, NP-полна, и, более того, для любого $\rho > 1$ не существует ρ-приближённого полиномиального алгоритма выявления мёртвого кода.

Переменные произвольных целых типов могут рассматриваться как набор переменных булевского типа. Например, переменная типа int может рассматриваться как 32 булевские переменные, для доступа к которым используются битовые операции.

5. Практическое обоснование устойчивости метода

Устойчивость замаскированной программы к автоматическому анализу обосновывается следующими наблюдениями:

- Многие методы статического анализа потоков данных не поддерживают анализ массивов с точностью до элемента. Для таких методов анализа все обращения к массиву локальных переменных будут равноправны, что приведёт к обнаружению ложных зависимостей по данным.
- Для выявления зависимостей по данным между переменными глобального контекста требуется межпроцедурный анализ программы. При наличии большого числа глобальных переменных (как существенных, так и несущественных) и большого числа функции, глобальный анализ окажется либо неточным, либо будет требовать слишком много ресурсов.
- То же самое замечание справедливо и для анализа указателей в область динамической памяти. Существующие методы анализа либо неточны, либо неприменимы к программам большого размера.

Устойчивость замаскированной программы к ручному анализу обосновывается следующими соображениями:

- Полустатический анализ (трассировка) замаскированной программы не позволяет в ней выявить явных закономерностей, таких как никогда не выполняющиеся дуги графа потока управления или регу-лярно выполняющиеся блоки, как диспетчер. Отсутствие явных статистических закономерностей делает полустатический анализ значительно менее эффективным, чем в случаях, рассмотренных в работе [8].
- Инструкции, обеспечивающие устойчивость замаскированной функции, распределены по всем базовым блокам функции, а не сконцентрированы на небольшом участке, как в схеме диспетчера. Поэтому демаскировка требует анализа всей функции, а не какой-то её части.
- Большой размер замаскированных функций даже для относительно небольших функций исходной программы является трудным (если преодолимым) препятствием для ручного анализа.
- Каждое преобразование, составляющее метод маскировки, параметризуемо в широких пределах (как правило, случайным образом). Знание, извлечённое в результате анализа одной замаскированной функции, может быть только отчасти применено к анализу другой замаскированной функции.
- Граф потока управления имеет такую структуру, что его визуализация может дать неудовлетворительный результат. Алгоритмы визуализации могут отобразить граф потока управления таким образом, что это только затруднит понимание, либо вообще не смогут отобразить такой граф.

Приведённые здесь рассуждения, конечно, не заменяют формальных доказательств утверждений о трудности демаскировки. Однако следует заметить, что используемый в настоящее время подход, заключающийся в

сведении какой-либо вычислительно-трудной задачи к задаче демаскировки программы, позволяет делать утверждения о трудности демаскировки методами статического анализа лишь в худшем случае.

Кроме того, в настоящее время не существует математического аппарата, пригодного для оценки сложности полустатического и динамического анализа программ, который имеет существенную эвристическую компоненту.

6. Пример применения метода

В качестве примера применения предложенного метода маскировки мы выбрали небольшую программу, которая решает задачу о 8 ферзях. Текст этой программы приведён на рис. 10.

```
#include <stdio.h>

static int up[15], down[15], rows[8], x[8];

static void print(void)
{
  int k;
  for (k = 0; k < 8; k++)
    printf("%c ", x[k]+'1');
  printf("\n");
}

static void queens(int c)
{
  int r;
  for (r = 0; r < 8; r++)
    if (rows[r] && up[r-c+7] && down[r+c]) {
      rows[r] = up[r-c+7] = down[r+c] = 0;
      x[c] = r;
      if (c == 7)
        print();
      else
        queens(c + 1);
      rows[r] = up[r-c+7] = down[r+c] = 1;
    }
}

int main(void)
{
  int i;
  for (i = 0; i < 15; i++)
    up[i] = down[i] = 1;
  for (i = 0; i < 8; i++)
    rows[i] = 1;
  queens(0);
  return 0;
}
```

Рис. 10. *Программа, решающая задачу о «8 ферзях».*

Для маскировки мы выберем основную функцию `queens` этой программы. Граф потока управления функции `queens` приведён на рис. 11.

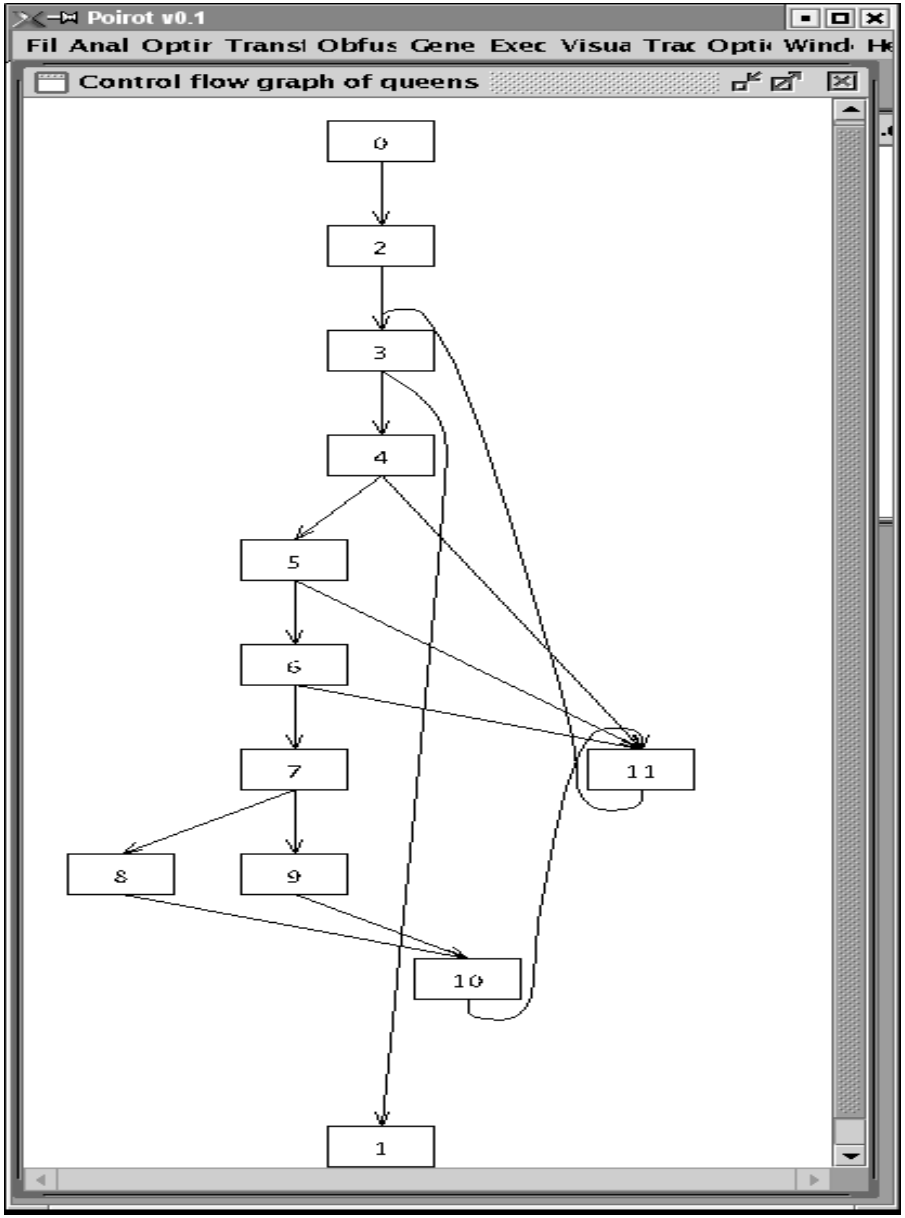


Рис. 11. *Граф потока управления функции queens.*

Результат маскировки функции `queens` приведён ниже.

```
  static void queens(int c)
```

```
{
  int q[13u];
  q[10] = 0;
  q[8] = 0;
  q[1] = (c + 7);
  q[4] = 0;
  q[7] = 0;
  q[2] = -1;
  q[11] = 0;
 L127:  if (!q[2]) goto L128;
  q[11]++;
  q[2] = (unsigned) q[2] >> 1;
  goto L127;
 L128:  q[12] = q[11]+q[2]-19;
  q[11] = q[11] % q[12];
  L111:
  if (q[q[11]+4] >= 8) goto L45;
  q[3] = q[10];
  q[q[11]+2] = ((q[8] + q[7]) + 1);
  q[9] = (q[10] + 1);
  q[1] = ((q[1] + c) + 2);
  q[q[11]+4] = (q[10] + 2);
  q[7] = ((7 + q[q[11]+2]) - q[1]);
  if ((v3)[q[3]] == 0) goto L94;
  q[4] = ((v8)[q[3]] + (v2)[((q[3] - c) + 7)]);
  if ((v7)[((q[3] - c) + 7)] == 0) goto L94;
  if (q[7] < 0) goto L96;
  if (q[7] <= 7) goto L97;
  L96:
  q[7] = ((q[3] - c) + 7);
  L97:  if ((v4)[(q[3] + c)] == 0) goto L94;
  q[1] = (q[8] + (v2)[q[7]]);
  q[2] = (((c * (c + 1)) * q[3]) % 4);
  goto L99;
  L122:  if (q[5] <= 0) goto L101;
  (v4)[(q[3] + c)] = 0;
  (v2)[((q[3] - c) + 7)] = 0;
  (v7)[((q[3] - c) + 7)] = 0;
  (v3)[q[3]] = 0;
  (v5)[c] = q[3];
  (v8)[c] = q[q[11]+2];
  q[5] = ((q[5] + 1) != 2);
```



```
  goto L102;
  L101:  q[7] = (q[7] + 2);
  if (q[7] <= 14) goto L103;
  q[7] = (q[3] + c);
  L103:  q[4] = (v2)[q[7]];
  (v4)[(q[3] + c)] = 0;
  q[1] = 0;
  (v7)[((q[3] - c) + 7)] = 0;
  (v8)[q[3]] = q[1];
  (v3)[q[3]] = 0;
  (v5)[c] = q[3];
  q[5] = ((q[5] + 4) != 5);
  q[1] = (v8)[c];
  L102:  if (c != 7) goto L105;
  L104:  print();
  q[4] = ((c * 5) + 4);
  q[q[11]+2] = (v8)[c];
  (v8)[c] = q[4];
  goto L106;
  L105:  q[q[11]] = ((c * 5) + 3);
  (v2)[((q[3] - c) + 7)] = ((q[8] + q[1]) - 7);
  L115:
  if ((q[6] % 5) < 2) goto L108;
  q[4] = ((q[q[11]] % 5) + c);
  if ((q[4] % 7) != 0) goto L109;
  q[4] = 1;
  L109:  q[1] = ((q[4] * q[4]) % 7);
  q[1] = ((q[1] * q[1]) * q[1]);
  c = ((c + (q[1] % 7)) - 1);
  queens(((c + 1)));
  q[11] = (q[q[11]+5] + q[12]) % 13;
  L106:  (v4)[(q[3] + c)] = 1;
  (v2)[(q[3] + c)] = q[q[11]+2];
  (v7)[((q[3] - c) + 7)] = 1;
  (v8)[q[3]] = 1;
  (v3)[q[3]] = 1;
  q[4] = (((v2)[(q[3] + c)] + c) + 7);
  L94:  q[1] = (q[4] > 5);
  if ((v3)[q[9]] == 0) goto L111;
  if ((v7)[((q[9] - c) + 7)] != 0) goto L112;
  if (q[1] != 0) goto L111;
  if (q[4] <= 5) goto L111;
```

```
L112:  if ((v4)[(q[9] + c)] == 0) goto L111;
q[6] = (((q[9] + c) * 5) + 1);
q[1] = ((q[q[11]] + q[8]) + 1);
goto L115;
L108:  (v2)[((q[9] - c) + 7)] = q[5];
(v4)[(q[9] + c)] = 0;
(v8)[q[9]] = (v3)[q[9]];
(v7)[((q[9] - c) + 7)] = 0;
q[7] = (q[9] + c);
(v3)[q[9]] = 0;
q[8] = ((q[5] + q[2]) + 7);
(v5)[c] = q[9];
(v8)[c] = q[q[11]+2];
if (c != 7) goto L117;
L116: print();
q[1] = (v8)[c];
(v8)[c] = q[4];
goto L118;
L117:  (v8)[(c + 1)] = q[1];
queens(((c + 1)));
L118:  q[8] = ((v2)[(q[9] + c)] + q[1]);
q[1] = ((q[8] + q[7]) + q[5]);
if (((v1)[((((q[9] - c) + 7) ^ q[5]) % 4)] % 4) != 1) goto L120;
(v2)[((q[9] - c) + 7)] = ((q[7] + q[9]) - c);
(v4)[(q[9] + c)] = 1;
q[4] = (q[q[11]+2] + 1);
(v8)[q[9]] = 1;
(v7)[((q[9] - c) + 7)] = 1;
(v3)[q[9]] = 1;
q[11] = (q[11] + q[q[11]+6]) % 13;
goto L111;
L120:  q[2] = ((((v7)[(q[9] - c)] + 7) | 1211) % 6);
q[4] = (q[8] + ((v7)[(q[9] - c)] | 1211));
q[7] = (q[7] + 1);
L99:  if ((v6)[q[2]] > (v6)[(q[2] + 1)]) goto L122;
(v2)[(q[9] + c)] = ((v6)[q[2]] + c);
q[8] = (((q[1] + q[4]) + q[9]) - 7);
(v4)[(q[9] + c)] = 1;
q[4] = (v8)[q[9]];
(v8)[q[9]] = 1;
(v7)[((q[9] - c) + 7)] = 1;
q[7] = (q[7] - 1);
```



```
  (v3)[q[9]] = 1;
  q[q[11]+5] = (q[11] + q[12]) % 13;
  goto L111;
  L45: ;
}
```

Граф потока управления замаскированной функции приведён на Рис. 12. На рисунке графа дуги, получившиеся при выполнении преобразования зацепления дуг, имеют большую толщину, а соответствующие базовые блоки выделены серым цветом.

В таблице 1 приведены метрики сложности кода для исходной функции queens и для её замаскированного варианта. У замаскированной функции значения всех метрик, кроме метрики сложности графа вызовов выше, чем у исходной функции.

Принципы предлагаемого метода маскировки нашли отражение в примере следующим образом:

1. Массив q используется для хранения локальных переменных функции queens. В результате методы анализа потока данных, которые не различают индивидуальные элементы массива, покажут зависимости по данным между всеми операциями с массивом q, то есть между всеми локальными переменными функции queens.
2. Для противодействия алгоритмам анализа потока данных, различающим элементы массива, для доступа к массиву q используется переменная, отображённая в элемент q[11] массива. Переменная инициализируется значением 6 в строках 9–18 функции.
   Для этого используется константа 32, получаемая в цикле как количество бит в целом слове, и константа 13 – количество элементов в массиве локальных переменных, которое сохраняется в элементе q[12] для последующего использования. Для анализа
   программы необходимо установить, что элементы `q[11]` и `q[12]` являются константами, что в данном случае возможно для методов, различающих элементы массива, но вычисление этих констант потребует интерпретации программы.
3. Для противодействия алгоритмам продвижения констант, которые могли бы распространить константные значения `q[11]` и `q[12]` по функции, значение `q[11]` перевычисляется в строках 82, 129, 145. При этом значение `q[11]` каждый раз не изменяется.
4. В случае, даже если в результате анализа замаскированной функции удалось выделить каждый элемент массива в отдельную переменную, замаскированная функция всё ещё содержит весь несущественный код, внесённый при маскировке. Алгоритм обнаружения мёртвого кода не даст результатов, из-за использования тождеств в строках 70–79 и 91–96, вносящих ложные зависимости по данным между основной и несущественной частью функции `queens`.

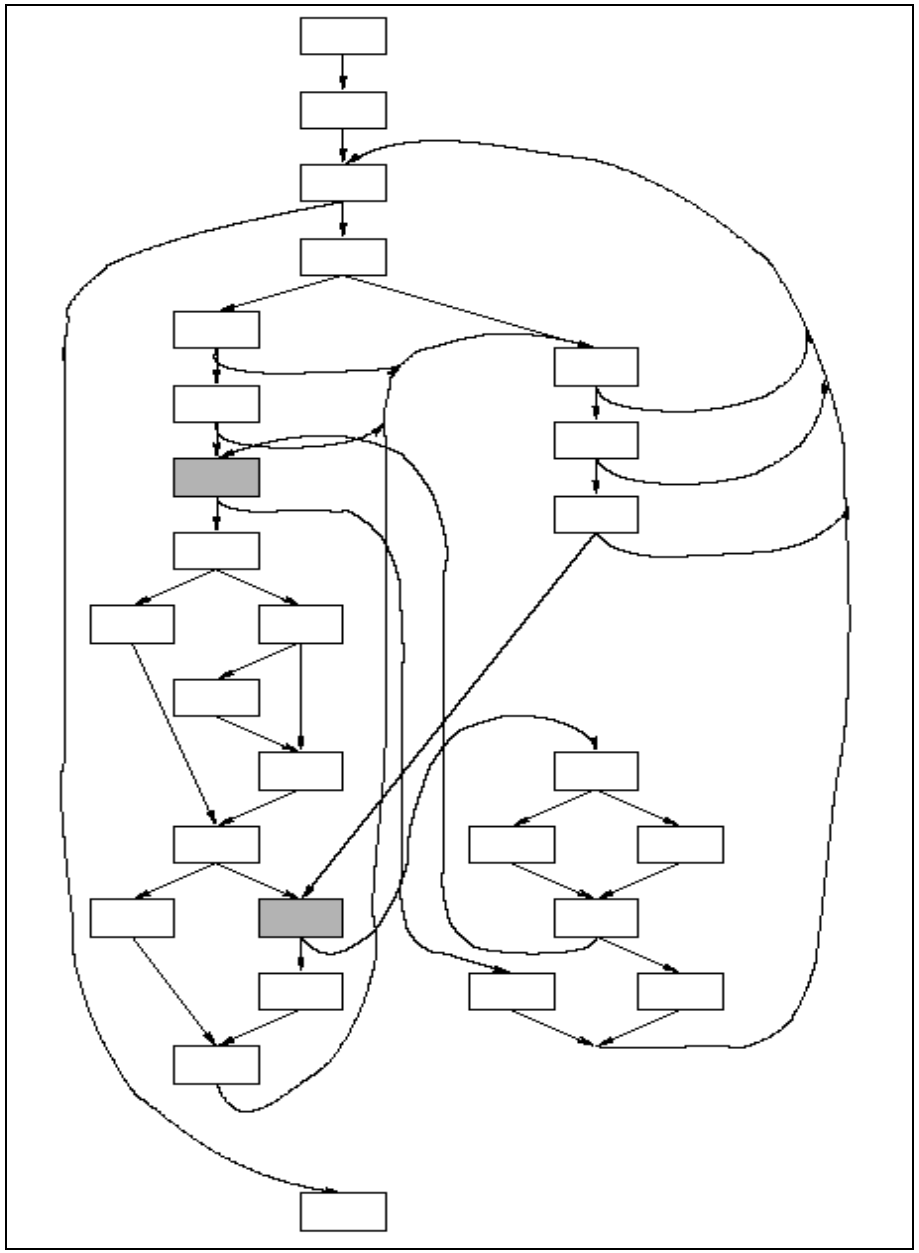


***Рис. 12.** Граф потока управления замаскированной функции queens.*

Метрика	Исходная	После

	функция	преобразования
CC (Цикломатическая сложность) [14]	6	21
FC (Сложность по связям) [13]	9	27
GC (Сложность графа вызовов)	2	2
SC (Структурная сложность) [13]	3	24
YC (Зацикленность)	0.595	0.8119
DC (Сложность потока данных)	82	8964

***Таб. 1.** Изменение метрик сложности для замаскированной функции queens.*

5. Кроме того, дополнительные зависимости по данным и дополнительные дуги графа потока управления появляются из-за использования зацепления дуг. Первое зацепление реализовано в строках 36–38 и 131–136, а второе зацепление – в строках 70–73 и 98–100.

7. Заключение

В работе представлен новый метод маскировки программ, который обладает следующими отличительными особенностями.

1. Метод существенно увеличивает сложность графа потока управления маскируемых функций за счёт клонирования и расщепления базовых блоков, а также добавления дуг, разрушающих его структурность.
2. Метод существенно увеличивает сложность графа зависимостей по данным маскируемых функций за счёт внесения в тело функции несущественного кода. Основной код функции и введённый несущественный код зависят друг от друга по данным за счёт использования тождеств и указателей.
3. Метод устойчив к известным методам статического анализа программ, так как, в частности, вносит в маскируемую функцию динамические структуры данных.
4. Метод более устойчив к полустатическим методам анализа, чем другие известные методы маскировки функций, так как замаскированная функция не содержит «мёртвых» дуг в графе потока управления.

Литература

[1] К. Арнольд, Д. Гослинг, Д. Холмс. Язык программирования Java. М.: Вильямс, 2001.

[2] Введение в криптографию. Под общей редакцией В. В. Ященко. М.: МЦМНО, 1999.

[3] Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. Конкретная математика. Основания информатики. М.: Мир, 1998.
[4] Б. В. Керниган, Д. М. Ритчи. Язык программирования Си. СПб.: Невский диалект, 2001.
[5] Д. Э. Кнут. Искусство программирования. Том 2. Получисленные алгоритмы. М.: Вильямс, 1998.
[6] Б. Страуструп. Язык программирования C++. М.: Бином, 1999.
[7] А. В. Чернов. Интегрированная среда для исследования «обфускации» программ. Доклад на конференции, посвящённой 90-летию со дня рождения А. А. Ляпунова. Россия, Новосибирск, 8–11 октября 2001 года.
[8] А. В. Чернов. Анализ запутывающих преобразований программ//В сб. «Труды Института системного программирования», под. ред. В. П. Иванникова. М.: ИСП РАН, 2002.
[9] B. Barak, O. Goldreich, R. Impagliazzo, S. Rudich, A. Sahai, S. Vadhan, K. Yang. On the (Im)possibility of Obfuscating Programs. LNCS 2139, pp. 1--18, 2001.
[10] S. Chow, Y. Gu, H. Johnson, V. Zakharov. An approach to the obfuscation of control-flow of sequential computer programs. LNCS 2200, pp. 144--155, 2001.
[11] C. Collberg, C. Thomborson, D. Low. A Taxonomy of Obfuscating Transformations. Departament of Computer Science, The University of Aukland, 1997. http://www.cs.arizona.edu/~collberg/Research/Publications/CollbergThomborsonLow97a
[12] C. Collberg, C. Thomborson, D. Low. Breaking Abstractions and Unstructuring Data Structures. In *Proc. of the IEEE Internat. Conf. on Computer Languages* (ICCL'98), Chicago, IL, May 1998.
[13] W. A. Harrison, K. I. Magel. A complexity measure based on nesting level. In *SIGPLAN notices*, 16(3):63–74, 1981.
[14] M. H. Halstead. Elements of Software Science. Elsevier North-Holland, 1977.
[15] S. Henry, D. Kafura. Software structure metrics based on information flow. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 7(5): 510--518, September 1981.
[16] S. Muchnick. Advanced Compiler Design and Implementation. Morgan Kaufmann Publishers, 1997.
[17] B. Schneier. Applied Cryptography: protocols, algorithms and source code in C. Second Edition. John Wiley & Sons, Inc., 1996.
[18] C. Wang. A Security Architecture for Survivability Mechanisms. PhD Thesis. Departament of Computer Science, University of Virginia, 2000. http://www.cs.virginia.edu/~survive/pub/wangthesis.pdf
[19] G. Wroblewski. General Method of Program Code Obfuscation. PhD Thesis. Wroclaw, 2002.