

Тестирование различных методов моделирования внутренних течений несжимаемой жидкости

В.Г. Мельникова <vg-melnikova@yandex.ru>

МГТУ им. Н.Э. Баумана,

105005, Россия, г. Москва, ул. 2-ая Бауманская, д. 5, стр. 1

Аннотация. Математическое моделирование течения в гидравлических элементах относится к отдельному классу задач внутреннего течения несжимаемой жидкости и имеет большую практическую значимость, в том числе при проектировании новых гидроагрегатов. Целью данной работы является обзор, тестирование и сравнение различных возможных численных методов расчета: метода контрольного объема, метода частиц в контрольных объемах и метода решеточных уравнений Больцмана на простых примерах внутреннего течения жидкости. В качестве тестовых задач были выбраны трубы круглого сечения различной формы: постоянного сечения, с внезапным расширением сечения, с внезапным сужением сечения и колено. Проводилось сравнение полей скоростей и давлений, точности решения и времени, затраченного на вычисления различными методами.

Ключевые слова: PFVM; LBM; FVM; OpenFOAM; внутреннее течение; вычислительная гидродинамика; численное моделирование

DOI: 10.15514/ISPRAS-2018-30(6)-18

Для цитирования: Мельникова В.Г. Тестирование возможностей различных методов расчета для моделирования внутренних течений жидкости. Труды ИСП РАН, том 30, вып. 6, 2018 г., стр. 315-328. DOI: 10.15514/ISPRAS-2018-30(6)-18

1. Введение

При создании новых гидроагрегатов важную роль играет исследование характеристик течения с применением математического моделирования. Оно позволяет свести к минимуму число многочисленных дорогостоящих испытаний изделия и значительно сократить время его разработки. Течение в трубопроводах, клапанах, регуляторах и других гидравлических элементах относится к типу задач внутреннего течения несжимаемой жидкости. Для исследования таких течений обычно используются модели на основе уравнений Навье-Стокса аппроксимируемые с помощью метода контрольного объема (МКО) [1, 2, 3] или метода конечного элемента [4, 5]. Однако эти методы расчета зачастую неэффективны, сложны в настройке и плохо себя показывают при расчетах с подвижными сетками. Поэтому в настоящее время существует

необходимость поиска альтернативных методов решения задач подобного класса. Одним из важных требований к новым методам, помимо приемлемой точности, является требование высокой вычислительной производительности. Целью данной работы является обзор, тестирование на примере простейших задач внутреннего течения жидкости и сравнение с методом контрольного объема других численных методов: малораспространенного метода частиц в контрольных объемах (PFVM – particle finite volume method) и метода решеточных уравнений Больцмана (LBM - Lattice Boltzmann method), который уже использовался для расчета клапанов [6, 7].

Для расчета методом частиц в контрольных объемах использовался решатель, реализованный на основе пакета с открытым исходным кодом OpenFOAM, что достаточно удобно, так как в пакете имеются все необходимые средства для автоматической генерации сетки, решения уравнений, подключения моделей турбулентности, параллельных вычислений, визуализации и анализа результатов.

Для расчетов методом решеточных уравнений Больцмана использовался программный комплекс XFlow, который обладает достаточно быстрой скоростью счета, возможностью моделирования нестационарных задач с подвижными граничными условиями, алгоритмами распараллеливания расчета, удобными средствами пре- и пост- процессинга.

В качестве тестовых задач моделировалось течение в круглых трубах различной формы: постоянного сечения, с внезапным расширением сечения, с внезапным сужением сечения и колено.

2. Описание метода частиц в контрольных объемах

Метод частиц в контрольных объемах относится к комбинированным лагранжево-эйлеровым методам, он сочетает в себе лучшие свойства метода контрольного объема и бессеточных методов с частицами. Метод является продолжением метода частиц в конечных элементах (PFEM и PFEM-2) [8].

Для описания движения несжимаемой, изотермической, вязкой жидкости необходимы следующие уравнения:

уравнение неразрывности:

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (1)$$

уравнение Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \bar{u} + \bar{f} \quad (2)$$

где \bar{u} – поле скоростей среды, t – время, ρ – плотность среды, p – поле давлений, ν – кинематическая вязкость среды, \bar{f} – поле массовых сил.

Исследуемая область с жидкостью разбивается на конечно-объемную сетку с частицами, которые движутся совместно со сплошной средой из одной ячейки сетки в другую. Частицы служат для вычисления конвективного слагаемого в уравнениях Навье-Стокса (2), с помощью них определяются параметры самой

жидкости (например, масса, энергия, скорость). Их перемещение со средой рассчитывается явным методом с малым шагом по времени (число Куранта CFL ≈ 0.1). В то же время на эйлеровой сетке путем решения соответствующих линейных уравнений с большим числом Куранта CFL $\approx 1-10$ определяются параметры поля (например, давление, плотность, температура).



Рис. 1. Схемы расчета методом частиц в контрольных объемах: верхняя – решатель particlePimpleFoam, нижняя – решатель particlePimpleFoamOld
 u – поле скорости в центрах конечных объемов (КО), p – поле давления в центрах КО;
 x_p – положение частицы, u_p – скорости в частицах; u_{proj} – спроецированное поле скоростей в центрах КО

Fig. 1. PFVM simulation algorithms: top –particlePimpleFoam solver, bottom – particlePimpleFoamOld solver.

u – velocity field in the center of control volumes (CV), p – pressure field in the center of CV;
 x_p – particle location, u_p – particle velocity; u_{proj} – projected velocity field in the center of CV

Для связи фиксированной конечно-объемной сетки и облака частиц на каждом временном шаге необходимо использовать специальные операторы для проецирования и интерполяции характеристик, в частности поля скоростей, с частиц на сетку и обратно. Существуют две модификации данного метода

particlePimpleFoam и particlePimpleFoamOld, по-разному учитывающие в уравнениях спроецированное поле скорости (рис. 1).

В теории применение частиц для вычисления конвекции увеличивает временной шаг интегрирования уравнений гидродинамики, что позволяет снизить общее время расчета. Еще одним плюсом PFVM является то, что конвекция становится независимой от качества сетки, позволяя избежать типичных ошибок, например, при перекосе ячеек, встречающихся при расчете стандартным МКО.

3. Описание метода решёточных уравнений Больцмана

Метод решёточных уравнений Больцмана [9, 10] представляет собой лагранжевый метод для численного расчета течений жидкостей, газов и плазмы. Он является одной из альтернатив методам, базирующимся на дискретизации уравнений Навье–Стокса. Метод хорошо зарекомендовал себя при моделировании многофазных течений, а также при расчете обтекания пористых тел. Суть LBM метода состоит в том, что жидкость рассматривается как совокупность небольшого числа частиц, находящихся внутри равномерных декартовых ячеек (решётки). В каждой точке пространства со временем плотность вероятности нахождения частиц жидкости в определенной точке фазового пространства и плотность вероятности распределения частиц по скоростям меняются согласно кинетическому вероятностному уравнению Больцмана [11]:

$$\frac{df}{dt} + \bar{v} \cdot \nabla f + \frac{\bar{F}}{m} \cdot \nabla_v f = -\frac{f - f^{eq}}{\tau} \quad (3)$$

где $f = f(\bar{r}, \bar{v}, t)$ – функция распределения плотности вероятности частиц по координатам и скоростям в каждый момент времени,

t – время,

\bar{v} – вектор скорости частицы,

$\bar{F}(\bar{r}, t)$ – поле сил, действующее на частицы в жидкости или газе,

m – масса частиц,

$-\frac{f - f^{eq}}{\tau}$ – оператор столкновения в виде модели приближения Батнагара-Гросса-Крука, которое представляет собой линейную релаксацию к локальному равновесию,

$f^{eq} = \frac{\rho}{(2\pi RT)^{3/2}} * \exp(-\frac{(\bar{v} - \bar{u})^2}{2RT})$ – равновесная функция распределения,

τ – время релаксации.

Основные макроскопические характеристики течения: плотность $\rho(\bar{r}, t)$ и скорость $\bar{u}(\bar{r}, t)$ среды являются моментами функции распределения и находятся посредством интегрирования по всем возможным скоростям \bar{v} :

$$\rho = \int f d\bar{v}, \quad \rho \bar{v} = \int f \bar{v} d\bar{v} \quad (4)$$

Дискретизация уравнения (3) происходит в два этапа: на первом осуществляется дискретизация в пространстве скоростей, а на втором:

дискретизация по времени и пространственным переменным. Так как LBM является явным методом и содержит только простейшие арифметические операции, то при его распараллеливании не возникает трудностей.

Метод решёточных уравнений Больцмана достаточно универсален и удобен благодаря его простоте, но его применение ограничено малыми скоростями потока (число Маха < 1).

4. Тестовые задачи

При сравнении численных методов моделировалось трехмерное течение в трубах круглого сечения четырех различных форм. Эти виды конструкции являются типовыми узлами, которые присутствуют в большинстве гидравлических систем. Рассматривалась нестационарная постановка задачи на интервале времени от 0 до 10 с. Так как течение во всех задачах достигало установившегося режима, результаты не осреднялись по времени и представлены для момента времени 10 с. В качестве граничных условий на концах труб был задан перепад относительного кинематического давления в $1 \text{ м}^2/\text{с}^2$. Начальные поля давления и скорости внутри расчетной области равны 0. Коэффициент кинематической вязкости жидкости равен $0.01 \text{ м}^2/\text{с}$. При таких условиях безразмерный критерий Рейнольдса в зависимости от формы трубы лежит в пределах от 4 до 20, что соответствует ламинарной области течения. На практике такое течение встречается в маслосистемах и гидропередачах, при движении по трубам вязких жидкостей, например, смазочных масел, глицериновых смесей и др.

Задачи были решены двумя модификациями метода частиц в контрольных объемах (решатели `particlePimpleFoam` и `particlePimpleFoamOld`), методом решёточных уравнений Больцмана и методом контрольного объема в стандартном решателе `OpenFOAM` (решатель `pimpleFoam`). Шаг по времени выбирался автоматически в соответствии со значением максимального числа Куранта 1, 2, 5 или 10. Для метода LBM было выбрано только одно значение максимального числа Куранта - 1, так как данный метод не обеспечивает численную устойчивость при высоких числах Куранта.

В методе PFVM распределение частиц в обеих модификациях задавалось таким образом, чтобы в начальный момент времени в каждой ячейке было по 3 частицы, что является минимальным числом для осуществления корректного переноса скорости с частиц на ячейки и обратно. Движение частиц по линиям тока проводилось методом Рунге-Кутты 2 порядка. Принадлежащие частицам значения скорости проецировались в центр конечно-объемной ячейки, где находится частица, и в центры ближайших ячеек-соседей с определенными весовыми коэффициентами. Тип проецирования – `quinticRBF` (`quintic Radial Basis Function`) – значения проецируемых параметров пропорциональны расстоянию между частицей и центром ячейки в 5 степени [12]. Для вычисления скорости на частицах в новый момент времени проводилась интерполяция разницы скорости между текущим и предыдущим шагами по времени с центра

ячейки, которой принадлежит частица. Интерполируемое значение пропорционально расстоянию от частицы до центра ячейки.

Для решения системы уравнений для давления применялся PCG метод (метод сопряженных градиентов с предобуславливанием) с предобуславливателем DIC (метод неполного разложения Холецкого). Система уравнений для прогноза скоростей решалась методом `smoothSolver`. Для сглаживания использовался метод Гаусса-Зейделя. Описание всех используемых методов представлено в [13].

При решении всеми методами во всех задачах характерный размер ячейки сетки составил 0.01 м. Такое разрешение расчетной области выбрано исходя из условий баланса точности результатов расчета и времени счета: для всех задач сгущение сетки в два раза не дает изменения решения по скорости и давлению более чем на 2%, при увеличении времени моделирования, в некоторых задачах, в пять раз. Расчеты проводились на 1 ядре Intel(R) Core™ i7-4712HQ 2.30GHz.

4.1. Труба постоянного сечения

Рассмотрим задачу течения жидкости в прямой трубе длиной 1 м, диаметром 0.2 м. Профиль скорости вдоль поперечного сечения известен - закон Пуазейля [14]. Такое течение может наблюдаться только в трубах со сравнительно малым диаметром и при небольших скоростях. Скорость жидкости у стенок трубы равна нулю и, плавно увеличиваясь, достигает максимума на оси трубы, график изменения скоростей по поперечному сечению – парабола. Расчет всеми методами показал, что в решении проявляется незначительная пульсация модуля скорости потока на оси трубы в продольном направлении, а также изменение течения и завышение скорости потока в краевых зонах, как показано на рис.2.

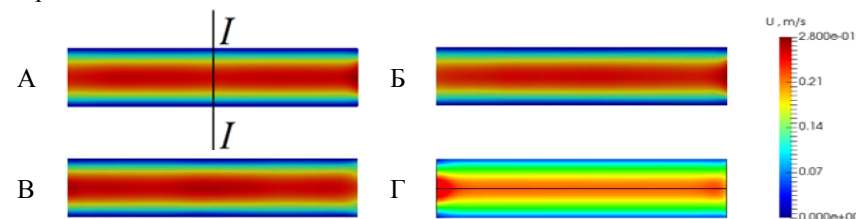


Рис. 2. Поле скоростей в трубе при решении задачи различными методами

Fig. 2. Velocity field in the pipe for different solving methods

A – `pimpleFoam` (CFL=2), Б – `particlePimpleFoam` (CFL=2),

В – `particlePimpleFoamOld` (CFL=2), Г – `Lattice Boltzman method` (CFL=1)

Из рис. 3 видно, что хорошая сходимость решения задачи обеспечивается при использовании МКО, а PFVM методами сходимость обеспечивается только при низких числах Куранта (CFL $\approx 1-2$). Наибольшее отклонения от аналитического решения составляет около 20 % для метода PFVM и CFL = 5.

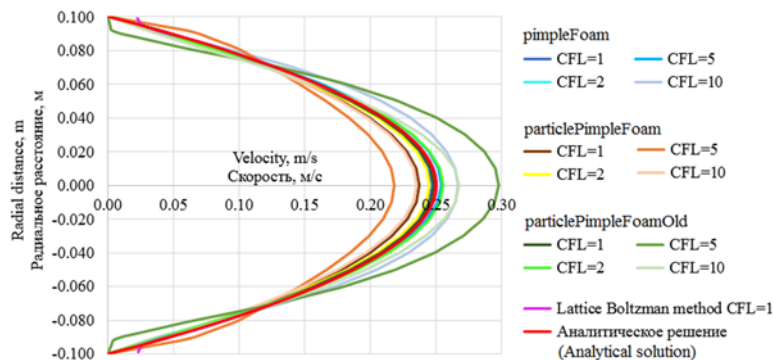


Рис. 3. Распределение скорости жидкости по сечению трубы I-I
Fig. 3. The fluid velocity distribution over the I-I pipe section

По продолжительности расчёта наиболее быстрыми оказались решатели, использующий метод контрольного объема и LBM метод, за ними идет решатель particlePimpleFoamOld и на последнем месте решатель particlePimpleFoam (рис. 4).

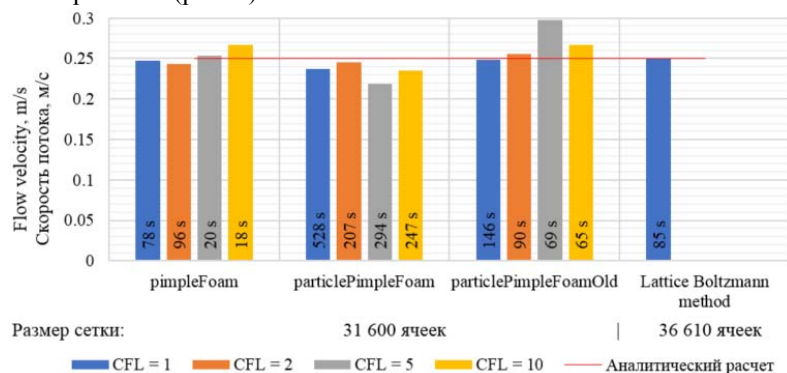


Рис. 4. Скорость течения в центре (на оси) среднего сечения трубы I-I.
На столбцах указано время расчета
Fig. 4. Velocity in the center (on the axis) of the pipe middle section I-I.
The simulation time is noted on the columns

4.2. Прямая труба с внезапным расширением сечения

В качестве второй тестовой задачи было выбрано течение в трубе с внезапно расширяющимся сечением. Длина трубы - 1 м, диаметры входа- 0.2 м и выхода 0.4 м. В трубе такой формы скорость течения по длине трубы уменьшается, поток срывается с уступа и расширяется не резко, как сечение, а постепенно (рис. 5), при этом в кольцевом зазоре между основным потоком и стенкой появляются вихревые структуры.

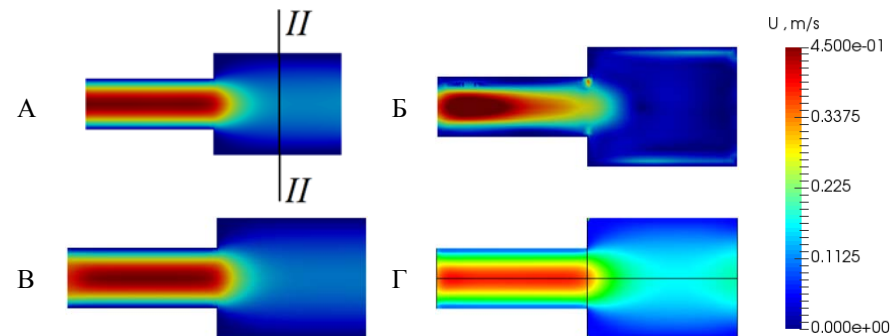


Рис. 5. Поле скоростей в трубе при решении задачи различными методами
Fig. 5. Velocity field in the pipe for different solving methods
А – pimpleFoam (CFL=10), Б – particlePimpleFoam (CFL=10),
В – particlePimpleFoamOld (CFL=10), Г – Lattice Boltzman method (CFL=1)

Расхождение по скорости менее 2% при всех числах Куранта показали решатели pimpleFoam, particlePimpleFoamOld и LBM метод, решатель particlePimpleFoam не справился с расчетом – расхождение по скорости составило более 20% (рис. 6, 7).

Время расчета методом контрольного объема и LBM методом для всех чисел Куранта оказалось значительно меньше, чем расчет методом частиц в контрольном объеме (рис.7).

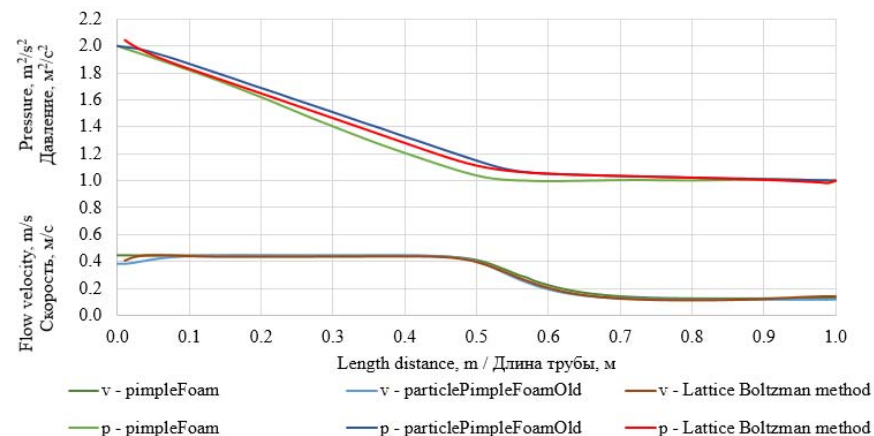


Рис. 6. Распределение давления и скорости жидкости по длине трубы при решении задачи различными методами (МКО и PFVM CFL=10, LBM CFL=1)
Fig. 6. The fluid velocity and pressure distribution over the pipe length for different solving methods (FVM и PFVM CFL=10, LBM CFL=1)

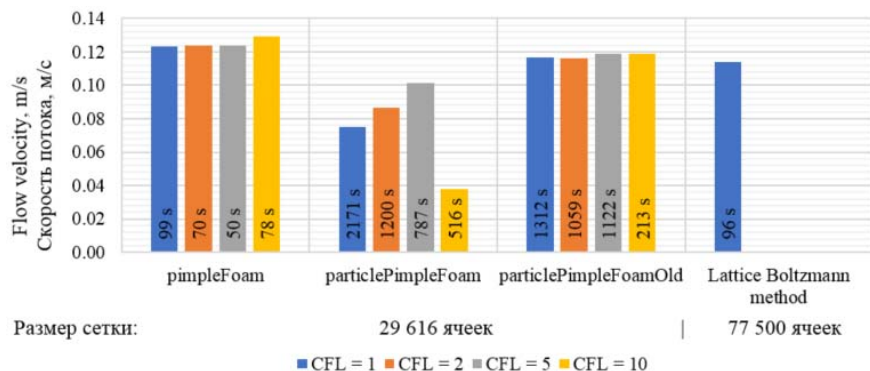


Рис. 7. Скорость течения в центре среднего сечения II-II широкой трубы.
На столбцах указано время расчета
Fig. 7. Velocity in the center of the big pipe middle section II-II.
The simulation time is noted on the columns

4.3. Прямая труба с внезапным сужением сечения

Рассмотрим течение в трубе с внезапно сужающимся сечением. Длина трубы – 1 м, диаметры входа – 0.2 м и выхода 0.4 м. При резком уменьшении диаметра, скорость течения по длине трубы возрастает, поток срывается с входного угла и сужается (рис.8). В кольцевом зазоре между сужающимся потоком и стенками канала образуется вихревое течение.

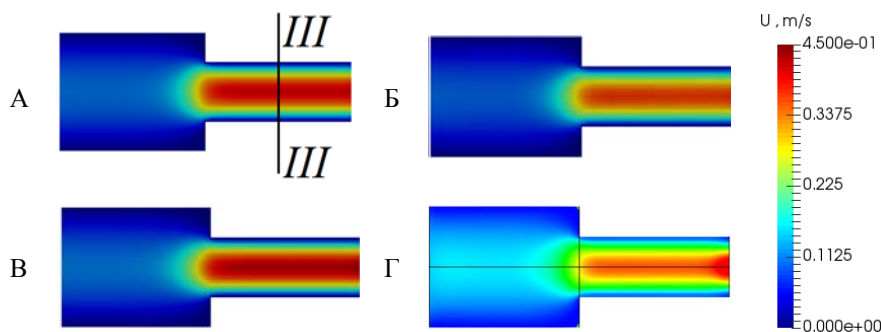


Рис. 8. Поле скоростей в трубе при решении задачи различными методами
Fig. 8. Velocity field in the pipe for different solving methods
A – pimpleFoam (CFL=5), Б – particlePimpleFoam (CFL=5),
В – particlePimpleFoamOld (CFL=5), Г – Lattice Boltzman method (CFL=1)

При числах Куранта от 1 до 5 решатели pimpleFoam и particlePimpleFoamOld дают достоверные результаты. Быстрее всего данная задача решается методом контрольного объема (рис. 9).

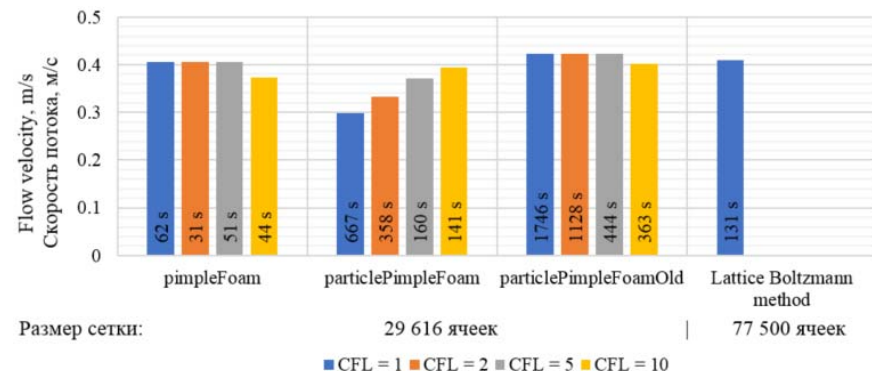


Рис. 9. Скорость течения в центре среднего сечения III-III узкой трубы.
На столбцах указано время расчета
Fig. 9. Velocity in the center of the small pipe middle section III-III.
The simulation time is noted on the columns

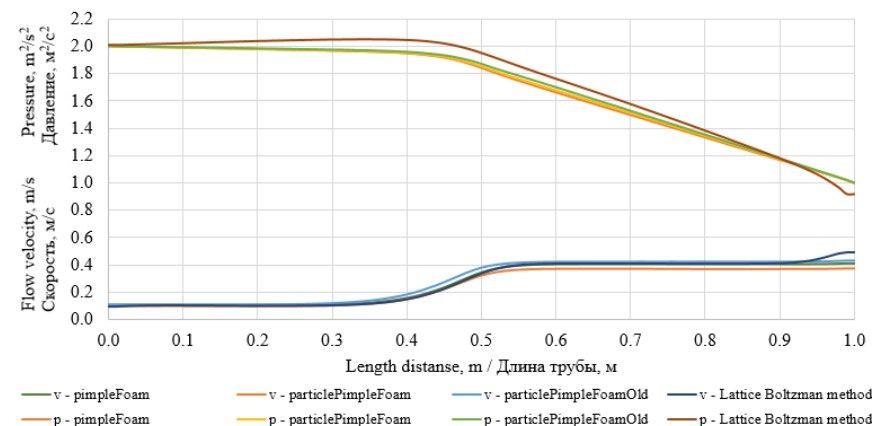


Рис. 10. Распределение давления и скорости жидкости по длине трубы при решении задачи различными методами (МКО и PFVM CFL=5, LBM CFL=1)
Fig. 10. The fluid velocity and pressure distribution over the pipe length for different solving methods (FVM u PFVM CFL=5, LBM CFL=1)

4.4. Колено

В качестве последнего тестового примера было выбрано течение в трубе с поворотом на 90 градусов. Длина прямых участков – 0.5 м, радиус сгиба – 0.2 м, диаметр трубы – 0.2 м. Из рис. 11 видно, что все методы не дают точного решения при больших значениях CFL. Для CFL = 1 наиболее быстрым оказался решатель, использующий метод контрольного объема.

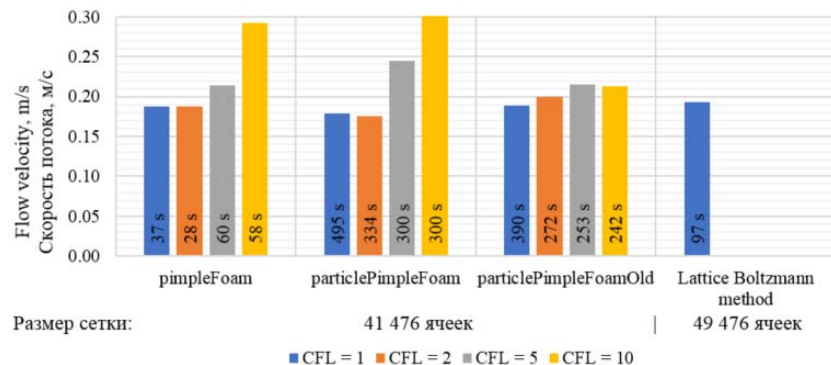


Рис. 11. Максимальная скорость течения в сечении трубы IV-IV (рис. 12).

На столбцах указано время расчета

Fig. 11. Maximum velocity in the elbow-pipe section IV-IV (fig. 12).

The simulation time is noted on the columns

Так как исследуемое колено закругленное, т.е. поворот потока происходит постепенно на данных скоростях, то вихреобразование в таком течении отсутствует (рис. 12).

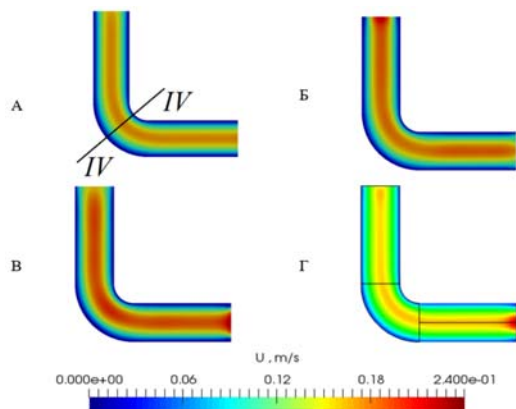


Рис. 12. Поле скоростей в трубе при решении задачи различными методами

Fig. 12. Velocity field in the pipe for different solving methods

A – pimpleFoam (CFL=2), Б – particlePimpleFoam (CFL=2),

В – particlePimpleFoamOld (CFL=2), Г – Lattice Boltzman method (CFL=1)

4. Заключение

На примере четырех различных тестовых задач рассмотрены два решателя на базе метода частиц в контрольных объемах, реализованные в свободном пакете OpenFOAM: particlePimpleFoam и particlePimpleFoamOld и метод решёточных

уравнений Больцмана, реализованный в пакете XFlow в сравнении с базовым конечно-объемным решателем OpenFOAM - pimpleFoam.

Прделанная работа позволяет сделать вывод о том, что метод частиц в контрольных объемах на данный момент предназначен для ограниченного класса задач, и не дает выигрыша ни по времени расчета, ни по точности решения для задач внутренней гидродинамики по сравнению с методом контрольного объема. Метод решёточных уравнений Больцмана, в свою очередь, по вычислительной точности сопоставим с методом контрольных объемов, но проведенное тестирование реализации этого метода в пакете XFlow не показало выгоду по скорости расчета при вычислениях на 1 ядре. Также остается открытым вопрос эффективности использования метода решёточных уравнений Больцмана для задач со сложной геометрией и подвижными стенками, расчеты которых трудоемки для конечно-объемных методов.

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 17-08-01468 А).

Список литературы

- [1]. Castilla R., Alemany I., Algar A., Gamez-Montero P.J., Roquet P., Codina E. Pressure-Drop Coefficients for Cushioning System of Hydraulic Cylinder With Grooved Piston: A Computational Fluid Dynamic Simulation. *Energies*, vol. 10, no. 11, 2016.
- [2]. Fries C., Manhartgruber B. A moving piston boundary condition including gap flow in OpenFOAM. *Wseas Transactions on Fluid Mechanics*, vol. 10, 2015, pp.95-104.
- [3]. Мельникова В.Г., Коцур О.С., Щеглов Г.А. Особенности построения расчетной схемы для моделирования динамики стабилизатора расхода в пакете OpenFOAM. Труды ИСП РАН, том 29, вып. 1, 2017 г., стр. 53–70. DOI:10.15514/ISPRAS-2017-29(1)-4.
- [4]. Степанченко Т.Е. Моделирование процессов движения жидкости в трубопроводе в пакете COMSOL 3.5 Multiphysics. Труды VIII Всероссийской научно-практической конференции «Технологии Microsoft в теории и практике программирования», 2012, стр. 62-65.
- [5]. Гобыш А.В. Моделирование внутренних течений вязкой несжимаемой жидкости методом конечных элементов с использованием противопотоковых схем. Автореф. дис. канд. ф-м. наук, Ин-т вычисл. технологий СО РАН, Новосибирск, 2007. 17 стр.
- [6]. Mutabaruka P., Kamrin Ken A simulation technique for slurries interacting with moving parts and deformable solids with applications. *Computational Particle Mechanics*, vol. 5, issue 2, 2018, pp. 239–267. DOI: 10.1007/s40571-017-0166-3.
- [7]. Manhartgruber B. The Lattice Boltzmann Method used for fluid flow modeling in hydraulic components. In *Proc. of the 15th Scandinavian International Conference on Fluid Power*, Sweden, 2017.
- [8]. J.M. Gimenez, H. Aguerre, N.M. Nigro, S. Idelson. PFEM based solvers implemented in the OpenFOAM suite. In *Proc. of the V International Conference on Particle-Based Methods (PARTICLES 2017)*, Hanover. Germany. 2017.

- [9]. Nourgaliev R.R., Dinh T.N., Theofanous T.G., Joseph D. The lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numerics and implications. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 29, issue 1, 2003, pp. 117–169.
- [10]. Chen S., Doolen G.D. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 30, 1998, pp. 329–364.
- [11]. Succi S. *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*. Oxford University Press, 2001, 288 p.
- [12]. B. Fornberg, T.A. Driscoll, G. Wright, R. Charles. Observations on the Behavior of Radial Basis Function Approximations Near Boundaries. *Computers and Mathematics with Applications*. vol. 43, issues 3-5, 2002, pp. 473-490.
- [13]. Moukalled F., Mangani L., Darwish M. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics. An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*. Fluid Mechanics and Its Applications, vol. 113, Springer, 2015.
- [14]. Ламб Г. Гидродинамика. М., Л., ОГИЗ Гостехиздат, 1947, 928 стр.

Testing different numerical methods opportunities for internal flows simulation

V.G. Melnikova <vg-melnikova@yandex.ru>

Bauman Moscow State Technical University,
5-1, 2-nd Baumanskaya st., Moscow, 105005, Russia

Abstract. Numerical simulation plays an important role in the design of new hydraulic units. It allows to minimize the number of expensive experimental tests of products and reduces development time. The flow in pipes, valves, regulators and other hydraulic elements belongs to the internal incompressible flow. Standard numerical methods such as a finite volume method (FVM) and finite element method (FEM) are already successfully used for incompressible internal flows modeling. However, in the case of domains with moving boundaries, these methods are hard to set up and sometimes inefficient. Therefore, now, there is a necessity of search of alternative methods for such class of problems. Requirements for new methods include acceptable accuracy and high computing efficiency. The aim of this study is an overview, testing and comparison different simulation methods for simplest types of internal flow: finite volume method, particle finite volume method (PFVM) and Lattice Boltzmann method (LBM). Different shapes of circular pipes were considered: the straight pipe with the constant area, the step pipe (abruptly increase of the diameter), the backward step pipe (abruptly decrease of the diameter) and the elbow pipe. The velocities and pressure fields, accuracy and simulation time were compared. Next solvers were used in the study: pimpleFoam as the OpenFOAM implementation of FVM, XFlow as the implementation of LBM, and ParticlePimpleFoam as OpenFOAM implementation of PFVM. Four values of the non-dimensional time step (Courant numbers) for PFVM and FVM methods: 1, 2, 5 and 10 were considered.

Keywords: PFVM; LBM; FVM; OpenFOAM; internal flow; computational fluid dynamics; numerical simulation.

DOI: 10.15514/ISPRAS-2018-30(6)-18

For citation: Melnikova V.G. Testing different numerical methods opportunities for internal flows simulation. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 30, issue 6, 2018, pp. 315-328 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2018-30(6)-18

References

- [1]. Castilla R., Alemany I., Algar A., Gamez-Montero P.J., Roquet P., Codina E. Pressure-Drop Coefficients for Cushioning System of Hydraulic Cylinder with Grooved Piston: A Computational Fluid Dynamic Simulation. *Energies*, vol. 10, no. 11, 2016.
- [2]. Fries C., Manhartgruber B. A moving piston boundary condition including gap flow in OpenFOAM. *Wseas Transactions on Fluid Mechanics*, vol. 10, 2015, pp.95-104.
- [3]. Melnikova V.G., Kotsur O.S., Shcheglov G.A. Numerical simulation of the flow rate regulator valve using OpenFOAM. *Trudy ISP RAN/Proc. ISP RAS*, vol. 29, issue 1, 2017, pp. 53-70 (in Russian). DOI: 10.15514/ISPRAS-2017-29(1)-4.
- [4]. Stepanchwnko T.E. Simulation of the flow in the pipeline in the COMSOL 3.5 Multiphysics package. In *Proc. of the VIII Russian scientific-practical conference «Microsoft Technologies in the theory and practice of programming»*, 2012, pp. 62-65 (in Russian).
- [5]. Gobish A.V. Modeling of internal viscous incompressible flow by finite element method using counterflow schemes. Abstract of the PhD Thesis, Institute of Computational Technologies of SB RAS, Novosibirsk, 2007, 17 p. (in Russian).
- [6]. Mutabaruka P., Kamrin Ken A simulation technique for slurries interacting with moving parts and deformable solids with applications. *Computational Particle Mechanics*, vol. 5, issue 2, 2018, pp. 239–267. DOI: 10.1007/s40571-017-0166-3.
- [7]. Manhartgruber B. The Lattice Boltzmann Method used for fluid flow modeling in hydraulic components. In *Proc. of the 15th Scandinavian International Conference on Fluid Power*, Sweden, 2017.
- [8]. J.M. Gimenez, H. Aguerre, N.M. Nigro, S. Idelson. PFEM based solvers implemented in the OpenFOAM suite. In *Proc. of the V International Conference on Particle-Based Methods (PARTICLES 2017)*, Hanover. Germany. 2017.
- [9]. Nourgaliev R.R., Dinh T.N., Theofanous T.G., Joseph D. The lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numerics and implications. *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 29, issue 1, 2003, pp. 117–169.
- [10]. Chen S., Doolen G.D. Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 30, 1998, pp. 329–364.
- [11]. Succi S. *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*. Oxford University Press, 2001, 288 p.
- [12]. B. Fornberg, T.A. Driscoll, G. Wright, R. Charles. Observations on the Behavior of Radial Basis Function Approximations Near Boundaries. *Computers and Mathematics with Applications*. vol. 43, issues 3-5, 2002, pp. 473-490.
- [13]. Moukalled F., Mangani L., Darwish M. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics. An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*. Fluid Mechanics and Its Applications, vol. 113, Springer, 2015.
- [14]. Lamb G. *Hydrodynamics*. Dover Publications, 1945, 768 p.